

Politecnico di Milano  
Temi d'esame di FSSB dell'AA 2009/2010  
per allievi ING BIO, docente I. Epifani



© I diritti d'autore sono riservati. Ogni sfruttamento commerciale non autorizzato sarà perseguito.

**Nello svolgere gli esercizi fornire passaggi e spiegazioni: non bastano i risultati finali.**

Si raccomanda di scrivere le soluzioni in modo ordinato e con calligrafia leggibile. Nella valutazione complessiva dell'elaborato si terrà conto anche dell'ordine.

**Tempo: 3 h**

**Esercizio 1.1** Due lotti numerosi sono formati da pezzi dello stesso tipo. Il lotto  $n^{\circ}1$  contiene solo pezzi buoni, mentre il lotto  $n^{\circ}2$  ha il 3% di pezzi difettosi. Si sceglie a caso uno dei lotti e si estrae un pezzo da esso.

1. Qual è la probabilità che il pezzo estratto sia buono?
2. Se il pezzo estratto è buono, qual è la probabilità che il lotto estratto sia il  $n^{\circ}1$ ?

**Esercizio 1.2** Un sistema è formato da due componenti in parallelo le cui probabilità di guasto valgono 0.08 e 0.04, rispettivamente. A sua volta, quel sistema è in serie con un terzo componente la cui probabilità di guasto è 0.02. Inoltre, i tre componenti si guastano indipendentemente uno dall'altro.

1. Disegnate lo schema del sistema totale.
2. Calcolate l'affidabilità (cioè la probabilità di funzionamento) dell'intero sistema.

**Esercizio 1.3** Si assuma che il numero di telefonate che Aldo riceve in un giorno durante l'ora di cena abbia densità di Poisson di parametro 1.5 e che le telefonate arrivino in modo indipendente nei vari giorni della settimana. Calcolate

1. il numero medio di telefonate che Aldo riceve in una settimana durante l'ora di cena;
2. la probabilità che nei prossimi due giorni durante l'ora di cena Aldo riceva almeno 2 telefonate.
3. la probabilità che esattamente in quattro giorni su sette della prossima settimana Aldo riceva qualche telefonata durante l'ora di cena.

**Esercizio 1.4** Sia  $Y$  una variabile aleatoria assolutamente continua con densità

$$f(y) = \begin{cases} \frac{5}{6}(\frac{y}{2})^{2/3} & \text{se } 0 < y < 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Calcolate

1. la funzione di ripartizione  $F(y)$  di  $Y$ ;
2. la media di  $Y$ .

**Esercizio 1.5** Sia  $X$  una variabile normale. Calcolate media e varianza di  $X$  sapendo che  $P(X \leq 1.60) = 0.2$  e che  $P(X \leq 2.26) = 0.7$ .

**Esercizio 1.6** La tabella a doppia entrata seguente fornisce la densità congiunta di una coppia di variabili aleatorie discrete  $(X, Y)$ :

$X \setminus Y$	-1	0	1
-1	0.03	0.04	0.03
0	0.06	0.08	0.06
1	0.12	0.16	0.12
2	0.09	0.12	0.09

1. Stabilite se  $X, Y$  sono indipendenti.
2. Calcolate media e varianza di  $Y$ .
3. Approssimate la probabilità che la somma di 100 variabili discrete indipendenti  $Y_1, \dots, Y_{100}$  copie di  $Y$  sia strettamente minore di 20.

**Esercizio 1.7** Aldo gioca a freccette. Nella prima partita fa centro al 3° tentativo, nella seconda al 5° tentativo e nella terza al 2° tentativo.

1. Con quale distribuzione discreta si possono modellare le tre osservazioni descritte?
2. Proponete uno stimatore della probabilità  $p$  che Aldo ha di fare centro in un singolo tentativo e determinate la stima numerica sulla base dei dati forniti.

**Esercizio 1.8** Il termostato di un condizionatore d'aria è tarato sul valore di soglia  $\mu = 25C^\circ$  (cioè l'apparecchio entra in funzione quando la temperatura dell'ambiente supera i  $25C^\circ$ ). Un tecnico misura in 8 occasioni diverse la temperatura  $X$  alla quale il termostato scatta, ottenendo i valori seguenti (in  $C^\circ$ )

24.6, 24.8, 25.2, 25.4, 25.5, 24.0, 24.7, 25.3

1. Stabilite quanto vale come *minimo* la precisione del termostato al 95% di confidenza, specificando le ipotesi che state assumendo sul modello statistico. [La precisione è misurata dalla deviazione standard della misura.]
2. Verificate l'ipotesi nulla che la precisione del termostato sia al più pari a  $0.35^\circ C$  contro l'alternativa che sia maggiore di  $0.35^\circ C$ , a un livello di significatività  $\alpha = 5\%$ .

**Esercizio 1.9** Per verificare se la concentrazione di una determinata sostanza nell'acqua di un pozzo è conforme al limite massimo di legge pari a  $2 \mu g/\ell$ , un tecnico preleva 5 campioni d'acqua dal pozzo e ne misura la concentrazione, ottenendo i dati seguenti

1.8, 3.0, 2.7, 2.0, 2.5

Sulla base di queste osservazioni qual è la decisione finale del tecnico? (Specificate le ipotesi che state assumendo sul modello statistico).

**Esercizio 1.10** Le votazioni dell'esame di statistica per le due squadre del corso di ingegneria **aaa** sono risultate distribuite nel modo seguente:

	Insuff	18-21	21-24	24-27	27-30
Squadra A:	60	35	20	20	5
Squadra B:	47	30	31	20	12

Si può affermare (supposto il livello delle due classi omogeneo) al livello di significatività dell'1% che la valutazione dipenda dal docente?

© I diritti d'autore sono riservati. Ogni sfruttamento commerciale non autorizzato sarà perseguito.

**Nello svolgere gli esercizi fornire passaggi e spiegazioni: non bastano i risultati finali.**

Si raccomanda di scrivere le soluzioni in modo ordinato e con calligrafia leggibile. Nella valutazione complessiva dell'elaborato si terrà conto anche dell'ordine.

**Tempo: 1.45 h**

1. All'ufficio catastale del comune in cui risiede Carlo, le mappe si possono visionare agli sportelli  $A$  e  $B$ . A servire un cliente l'addetto dello sportello  $A$  impiega *al massimo* 10 minuti con probabilità 0.96, mentre l'addetto dello sportello  $B$  impiega *al massimo* 10 minuti con probabilità 0.98. Un giorno Carlo entra nell'ufficio e, poiché entrambi gli sportelli sono liberi, sceglie a caso uno dei due.

- (a) Qual è la probabilità che Carlo impieghi *al massimo* 10 minuti per visionare una mappa?  
 (b) Se Carlo ha impiegato *più di* 10 minuti per visionare una mappa, qual è la probabilità che abbia scelto lo sportello  $A$ ?

2. Siano  $X_1, \dots, X_{100}$  100 variabili indipendenti e identicamente distribuite con densità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{16} & \text{se } 2 < x < 6 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- (a) Calcolare  $P(4 < X_1 < 4.5)$ .  
 (b) Calcolare media e varianza di  $X_1$ .  
 (c) Fornire un valore approssimato della probabilità  $P(4 < \bar{X} < 4.5)$ , dove  $\bar{X}$  è la media campionaria di  $X_1, \dots, X_{100}$ .
3. Siano  $X$  una variabile gaussiana di media incognita  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2 = 1$  e  $Y$  una variabile gaussiana di media  $\mu_Y = 0$  e varianza  $\sigma_Y^2 = 2$ ; inoltre, siano  $X$  ed  $Y$  indipendenti.
- (a) Determinare media, varianza e distribuzione della variabile  $W = X - Y$ .

Si supponga ora di avere osservato il seguente campione casuale di 5 osservazioni della popolazione  $W$

$$w_1 = 4.8; w_2 = 3.5; w_3 = 6.4; w_4 = 7.2; w_5 = 4.3$$

- (b) Determinare un intervallo di confidenza bilatero per  $\mu$  di livello 95% basato sul campione osservato  $w_1, \dots, w_5$ .  
 (c) Volendo verificare l'ipotesi nulla  $\mu = 4.3$  contro l'alternativa  $\mu \neq 4.3$  sulla base dei 5 dati osservati, quale decisione si prende al livello di significatività 5%?
4. Aldo possiede un dado con le sei facce numerate da 1 a 6.
- (a) Se il dado è regolare, quanto vale la probabilità ( $= p_0$ ) di ottenere il valore 7 come somma delle facce uscite in due lanci del dado?  
 (b) Detta  $X$  la variabile che descrive la somma delle facce uscite in due lanci, calcolare la densità discreta di  $X$  nell'ipotesi che il dado sia regolare.  
 (c) Aldo sospetta che il dado sia stato truccato in modo tale che la probabilità  $p$  di ottenere 7 come somma delle facce uscite in due lanci sia minore del valore  $p_0$  trovato al Punto (a). Se su 144 doppi lanci del dado la somma 7 esce 12 volte, si può affermare al livello di significatività 1% che  $p$  sia minore di  $p_0$ ? [Se non siete riusciti a rispondere al Punto (a), scegliete un qualunque valore per  $p_0$  e rispondete a questa domanda.]

### 3 Fondamenti di statistica e segnali biomedici [1] (allievi Bio)

Prof. Epifani, Verri

Appello del 19/7/2010

Cognome

Nome

Matr.

N.

Questo testo va consegnato insieme ai fogli con le soluzioni.

Su tutti i fogli che consegnerà, lo studente indichi il proprio cognome e n° di matricola.

Nelle soluzioni non basta scrivere i risultati finali: riportare i passaggi principali e fornire adeguate spiegazioni.

Scrivere le soluzioni in modo ordinato e con calligrafia leggibile: nella valutazione complessiva dell'elaborato si terrà conto anche dell'ordine.

### 4 FSSB-Modulo 1 e CPSMA per ING BIO I. Epifani Prova scritta 03.05.210

© I diritti d'autore sono riservati. Ogni sfruttamento commerciale non autorizzato sarà perseguito.

**Nello svolgere gli esercizi fornire passaggi e spiegazioni: non bastano i risultati finali.**

Si raccomanda di scrivere le soluzioni in modo ordinato e con calligrafia leggibile. Nella valutazione complessiva dell'elaborato si terrà conto anche dell'ordine.

**Tempo: 3 h**

1. Di due eventi  $A$  e  $B$  si sa che  $P(A|B) = P(B|A) > 0$ .

(a) Provare che  $P(A) = P(B)$ .

(b) Provare che  $P(\bar{A}|B) = P(\bar{B}|A)$ .

2. Determinare per quale valore della costante  $K$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} Ke^{2x} & \text{se } x \leq 3 \\ 0 & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

è la densità di una variabile aleatoria continua  $X$ . Quindi calcolare la media di  $X$ .

3. Siano  $X \sim \mathcal{N}(0; 3^2)$  e  $Y \sim \mathcal{N}(3; 2^2)$  due variabili normali indipendenti.

(a) Stabilire qual è la distribuzione della variabile  $V = aX + bY$ , la sua media e la sua varianza.

(b) Determinare per quali valori dei coefficienti  $a$  e  $b$  la variabile  $V = aX + bY$  soddisfa alle condizioni  $P(V \leq 0) = 0.50$  e  $P(V \geq 2) = 0.30$ .

4. Si è misurata 3 volte la concentrazione di alcol nel sangue di un individuo, ottenendo i valori (espressi in g/ℓ) 0.43, 0.54, 0.61. L'ipotesi nulla che la concentrazione media  $\mu$  sia inferiore a 0.50 va rifiutata oppure no al 10% di significatività? (Si assuma che la misura della concentrazione di alcol nel sangue sia normalmente distribuita.)

5. Aldo ha lanciato per 50 volte un gruppo di tre monete identiche e in ognuna delle prove ha preso nota di quante Teste sono uscite.

n° di Teste ( $i$ )	0	1	2	3
n° di prove ( $f_i$ )	7	15	22	6

I dati sperimentali sono compatibili con l'ipotesi che le tre monete siano regolari?