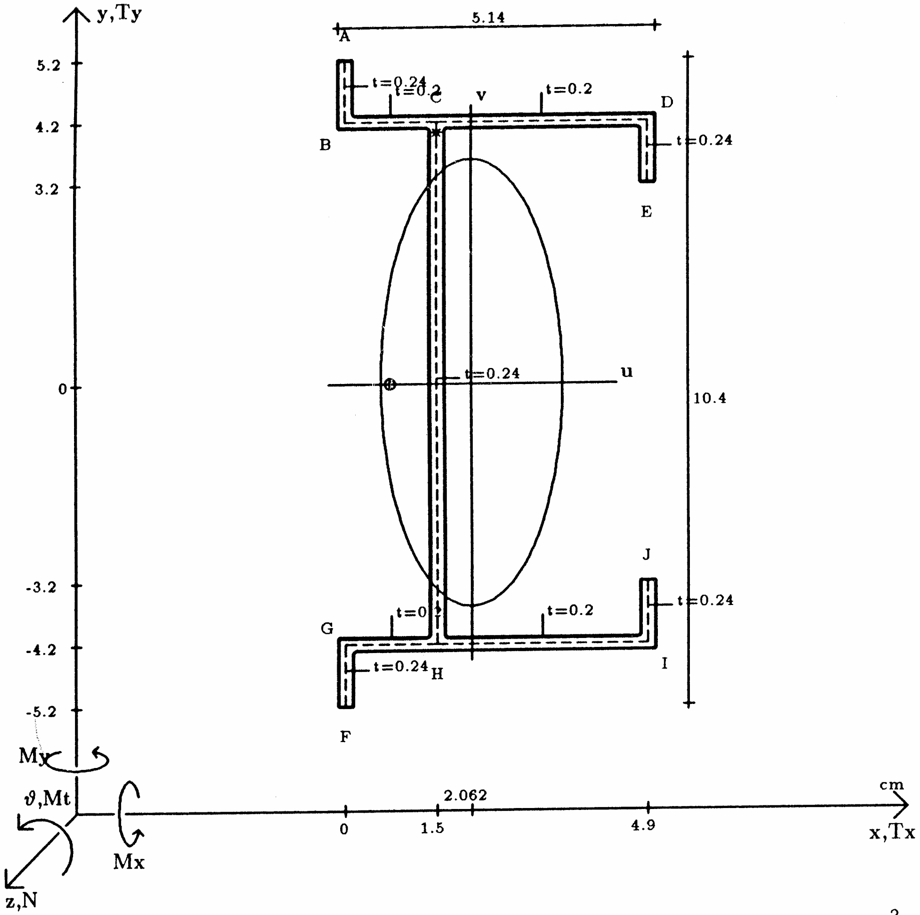
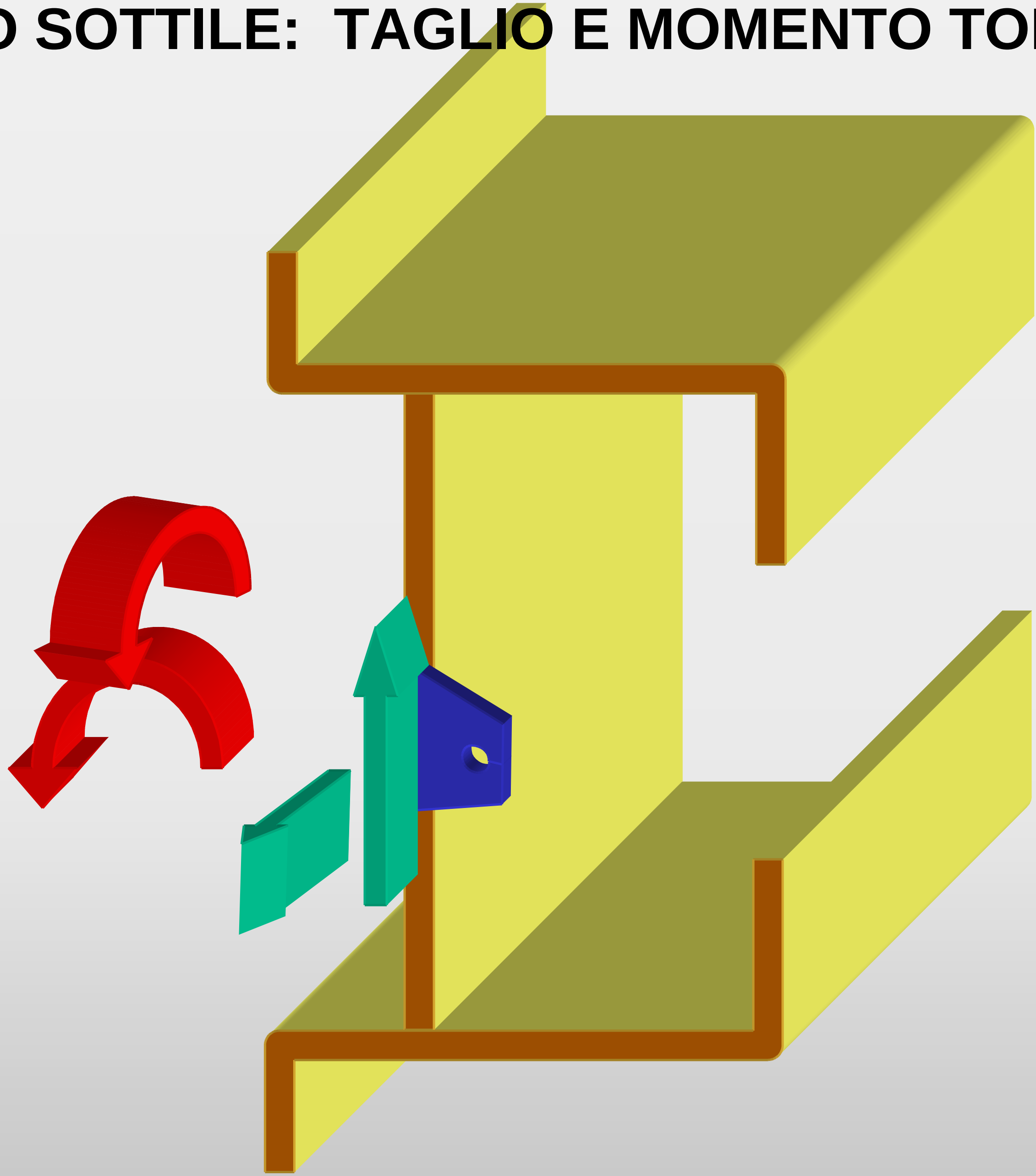
Esempio di esercizio



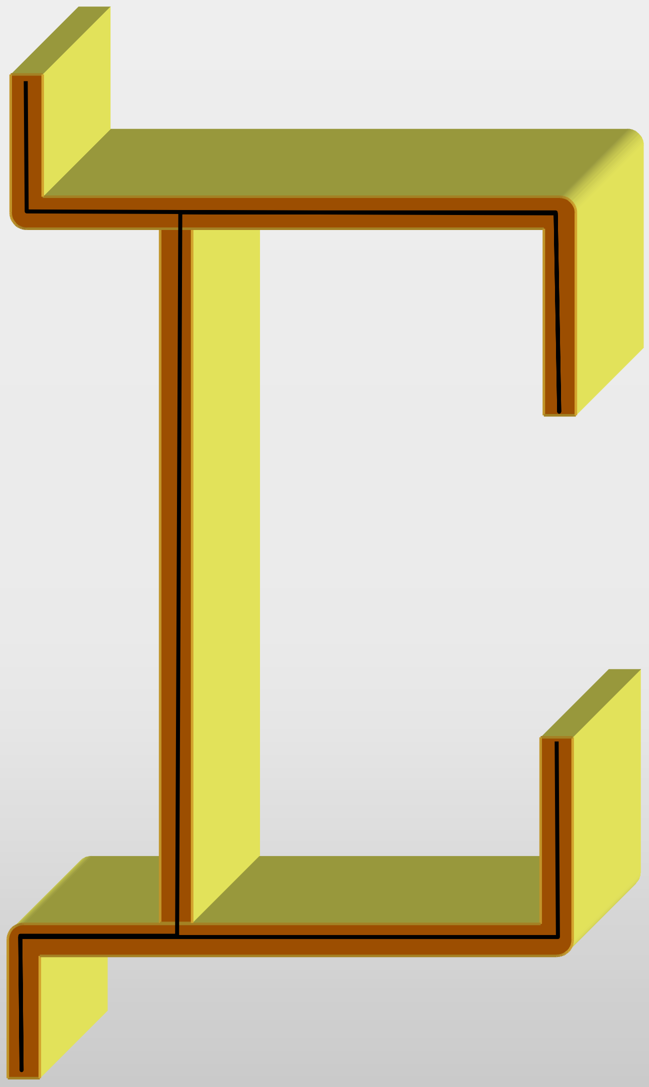
N	=	30000.000	N	σa	=	24000.000	N/cm^2
Ty	=	1300.0000	N	E	=	21000000.	N/cm^2
Mt	=	2600.0000	Ncm	G	=	8000000.0	N/cm^2
Mx	=	120000.00	Ncm				

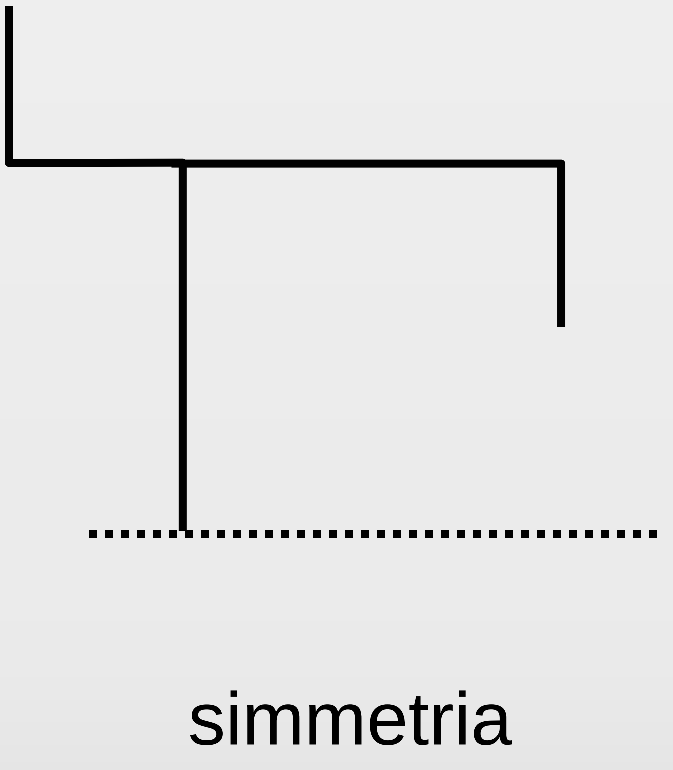
x_G	=	2.06199	cm	J_v	=	10.7603	cm^4	ϑ_t	=	-0.64897 /m
y_G	=	0	cm	J_t	=	0.08327	cm^4	r_U	=	3.59189 cm
u_O	=	-1.32561	cm	$\sigma(N)$	=	6077.80	N/cm^2	r_V	=	1.47647 cm
v_O	=	0	cm	$\tau(Tyc)$	=	521.569	N/cm^2	r_O	=	4.10353 cm
A	=	4.93600	cm^2	$\tau(Mt)$	=	7493.47	N/cm^2	J_p	=	83.1169 cm^4
C_w	=	201.157	cm^6	$\sigma(Mx)$	=	7914.22	N/cm^2	σ_{CH}	=	13992.0 N/cm^2
J_u	=	63.6828	cm^4	$\tau(Tyb)$	=	4966.72	N/cm^2	τ_{CH}	=	12981.8 N/cm^2

PROFILO SOTTILE: TAGLIO E MOMENTO TORCENTE



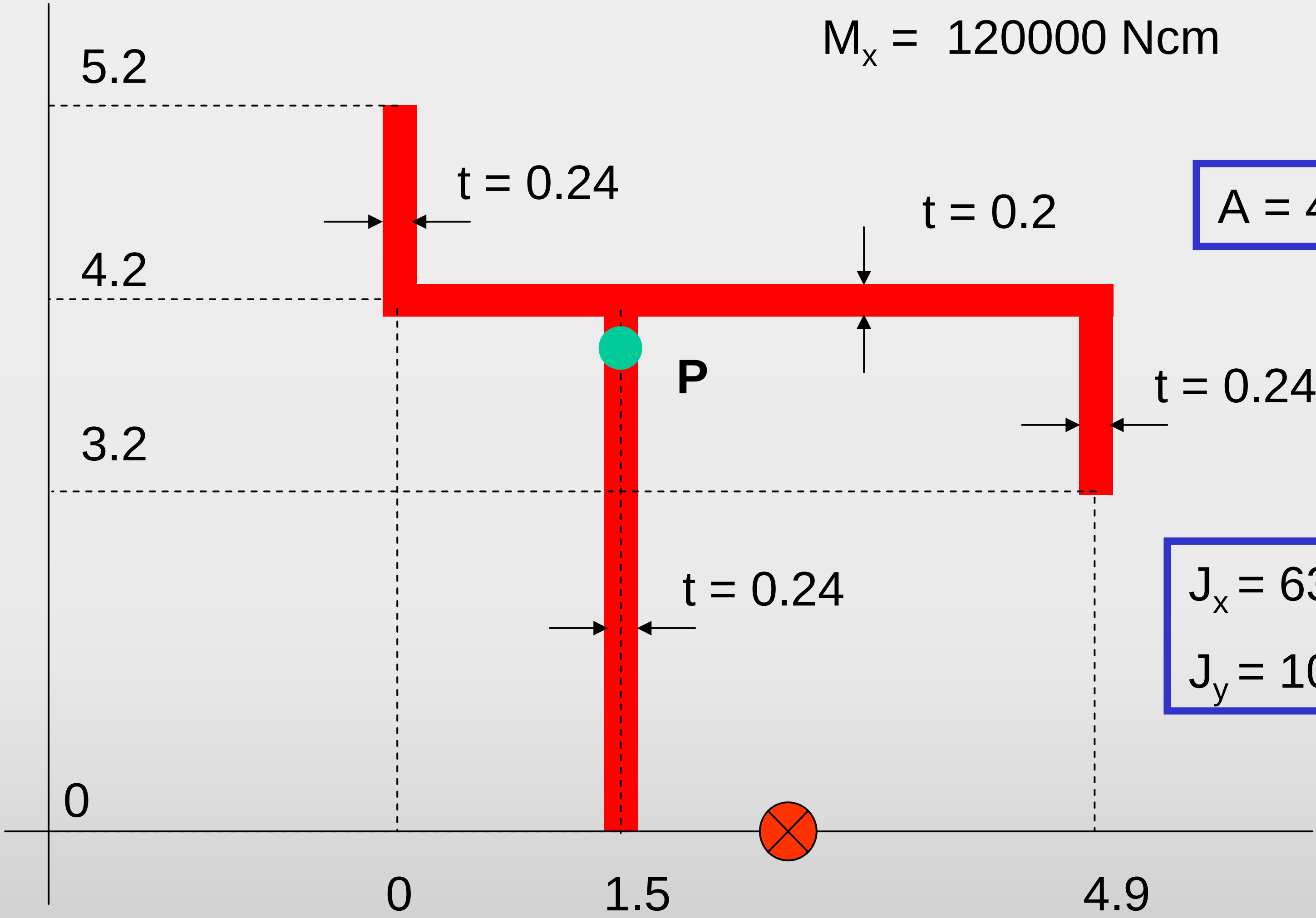
SEZIONE IN PARETE SOTTILE: TAGLIO E MOMENTO TORCENTE





DATI SEZIONE

T_y = 1300 N (nel baricentro)
M_t = 2600 Ncm
N = 30000 N
M_x = 120000 Ncm



A = 4.936 cm^2

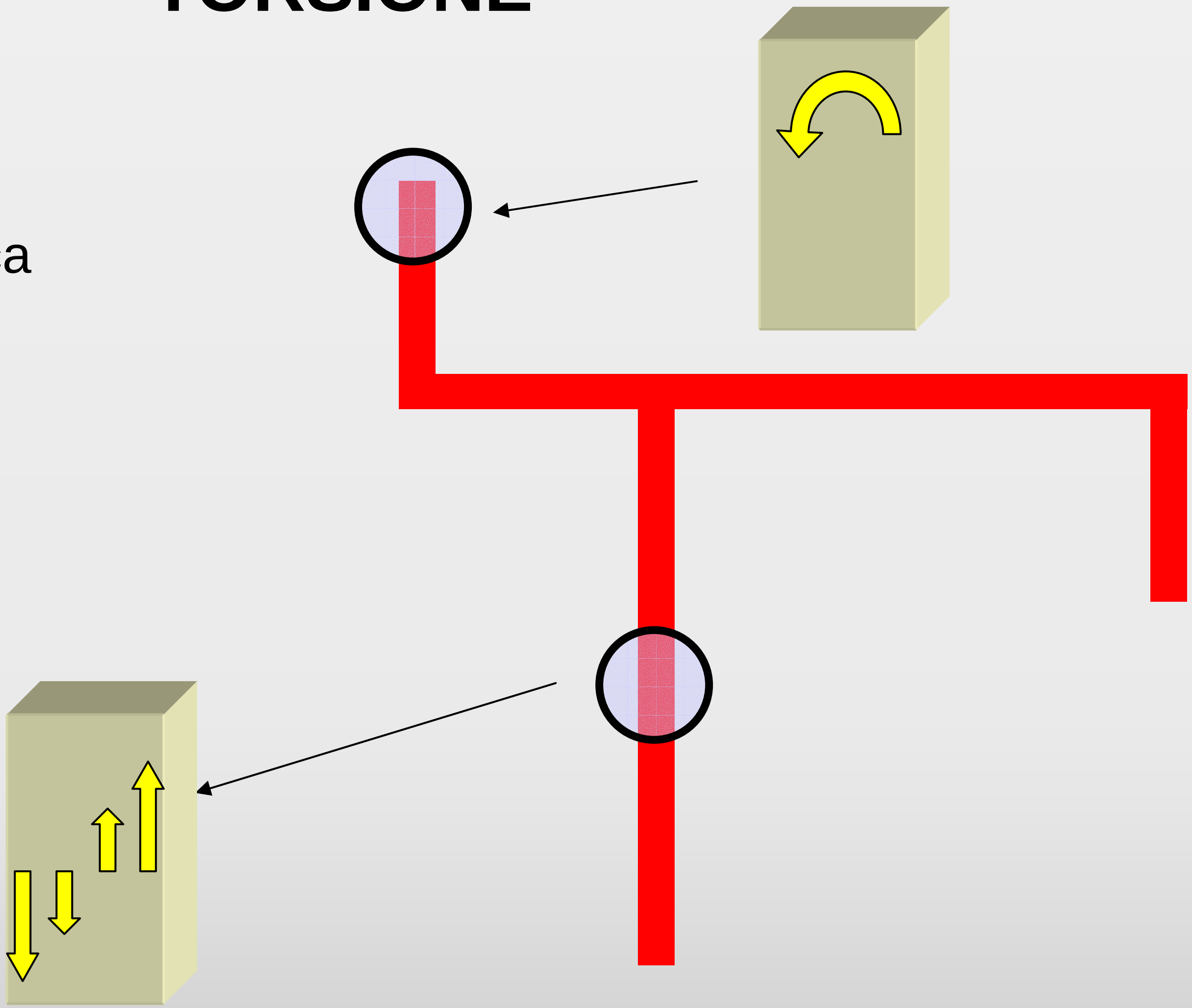
J_x = 63.68 cm^4

J_y = 10.76 cm^4

x_g = 2.062 cm

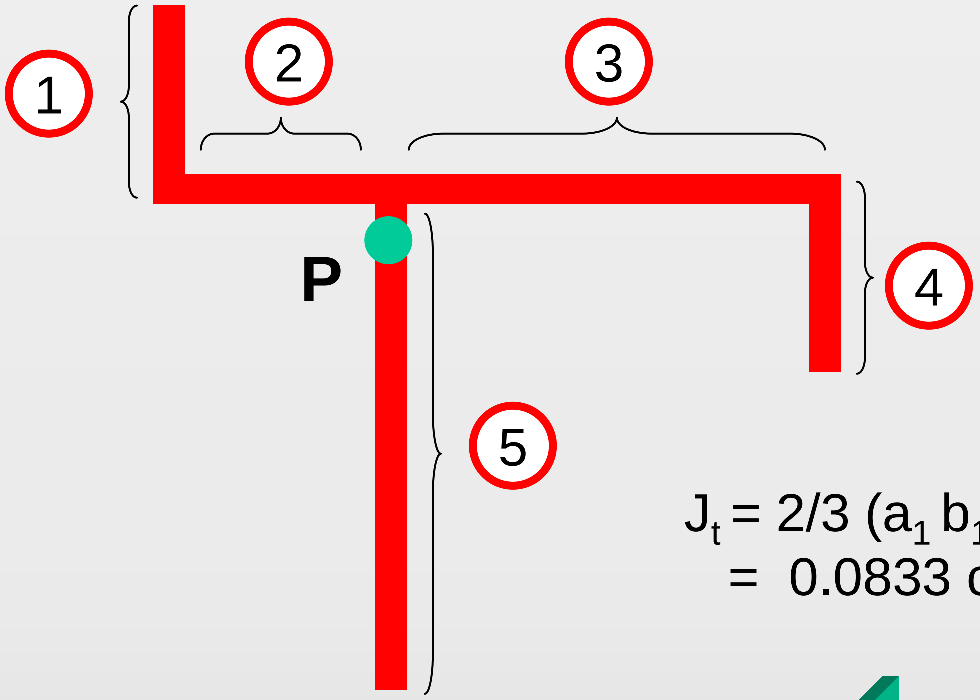
TORSIONE

Analogia idraulica



Andamento a farfalla di τ_{zs}

CALCOLO SFORZO DI TAGLIO PER TORSIONE



$\tau^{MT}_{zs\,max} = M_t b_P / J_t$

$J_t = 1/3\ \Sigma_i\ a_i\, b_i^3$

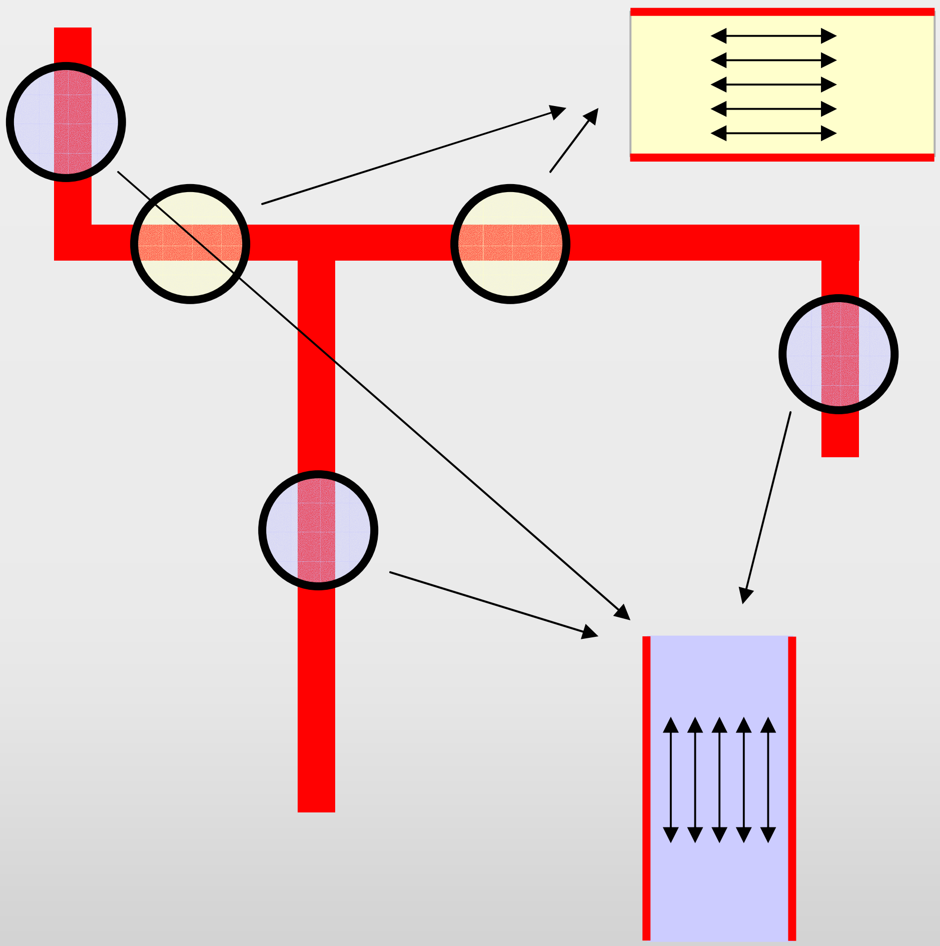
Simmetria sezione

$J_t = 2/3\ (a_1 b_1^3 + a_2 b_2^3 + a_3 b_3^3 + a_4 b_4^3 + a_5 b_5^3) =$

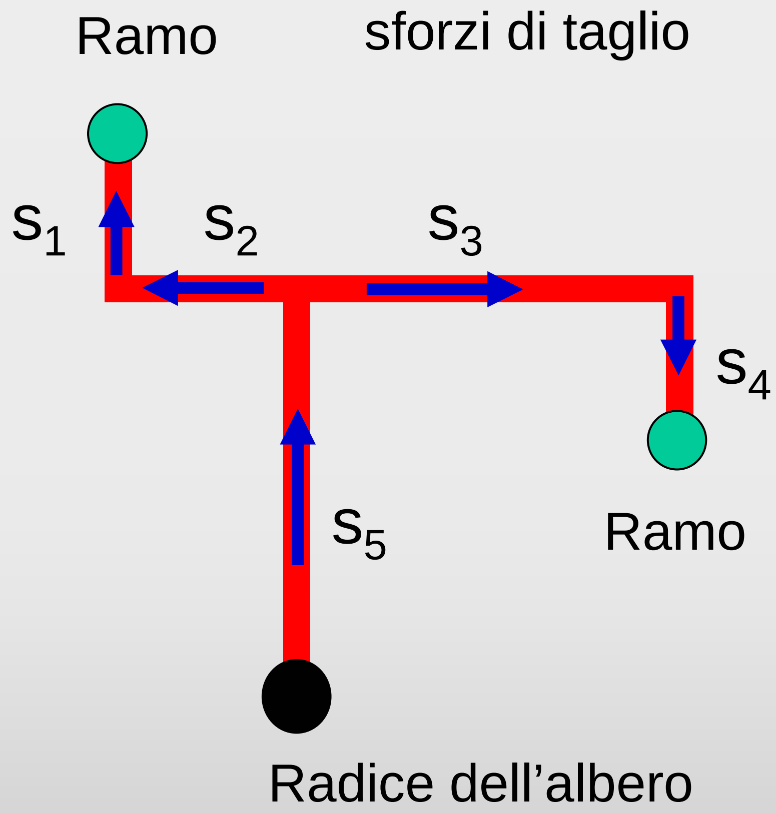
$= 0.0833\ cm^4$

$\tau^{MT}_{zs\,max} = 7493.47\ N/cm^2$

SFORZI DI TAGLIO



Convenzioni ascisse curvilinee e sforzi di taglio

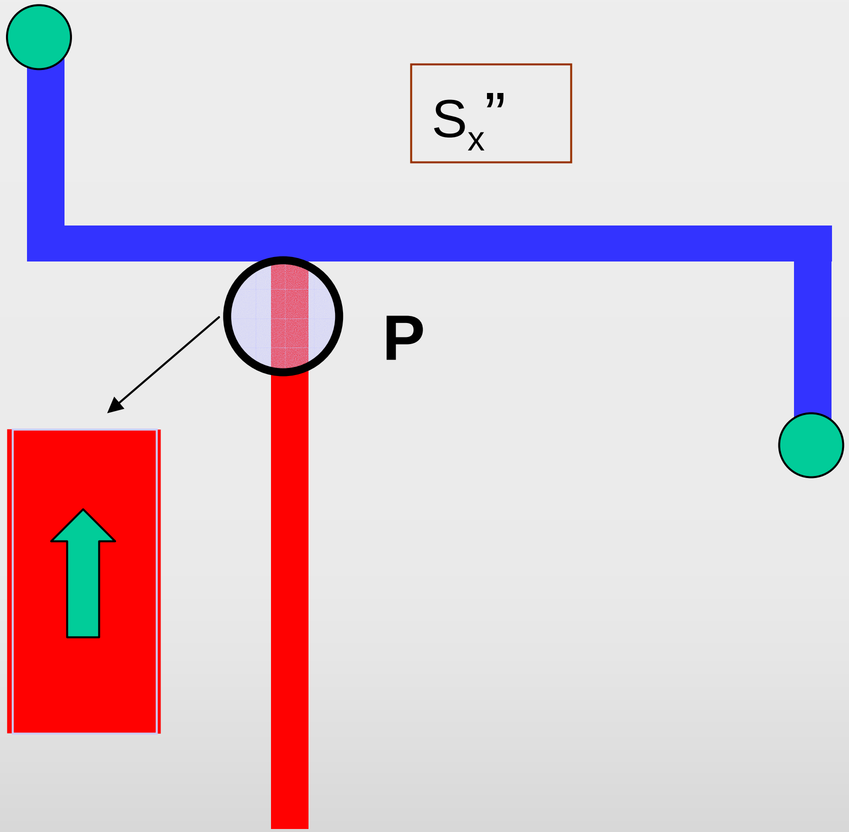


Sforzi di taglio diretti come la linea media: τ_{zs}

SFORZI DI TAGLIO

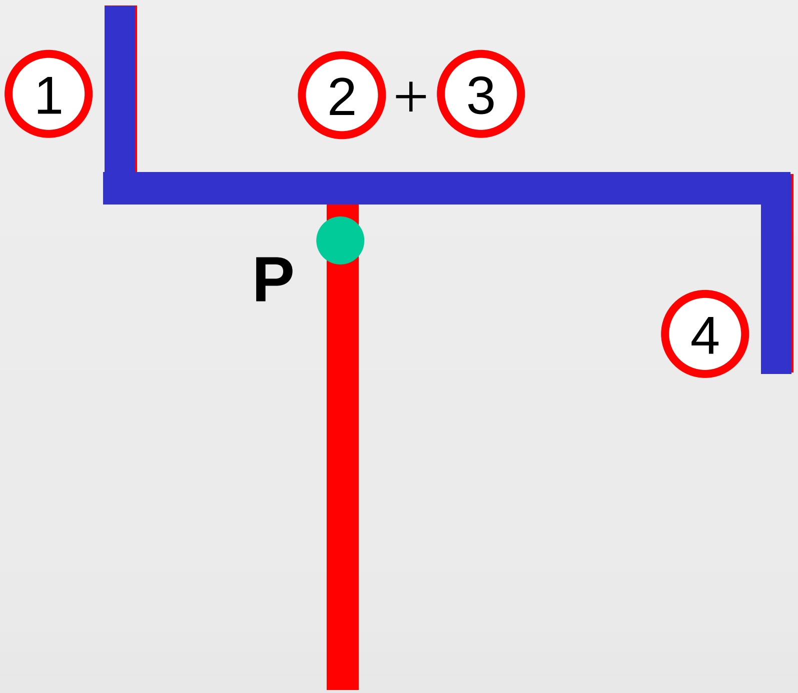
Applicazione della formula di Jourawsky:

$\tau^{T}_{zs} = TS_x''/(J_x b)$



Sforzi di taglio diretti come la linea media: τ_{zs}

CALCOLO MOMENTI STATICI E SFORZO



$\tau^T_{zs} = TS_x''/(J_x b)$

$S_x'' = \int_{A''} y\, dA$

$S_1'' = b_1\, a_1\, y_{g1} = .24 \times 1 \times 4.7 = $
$= 1.128\ cm^3$

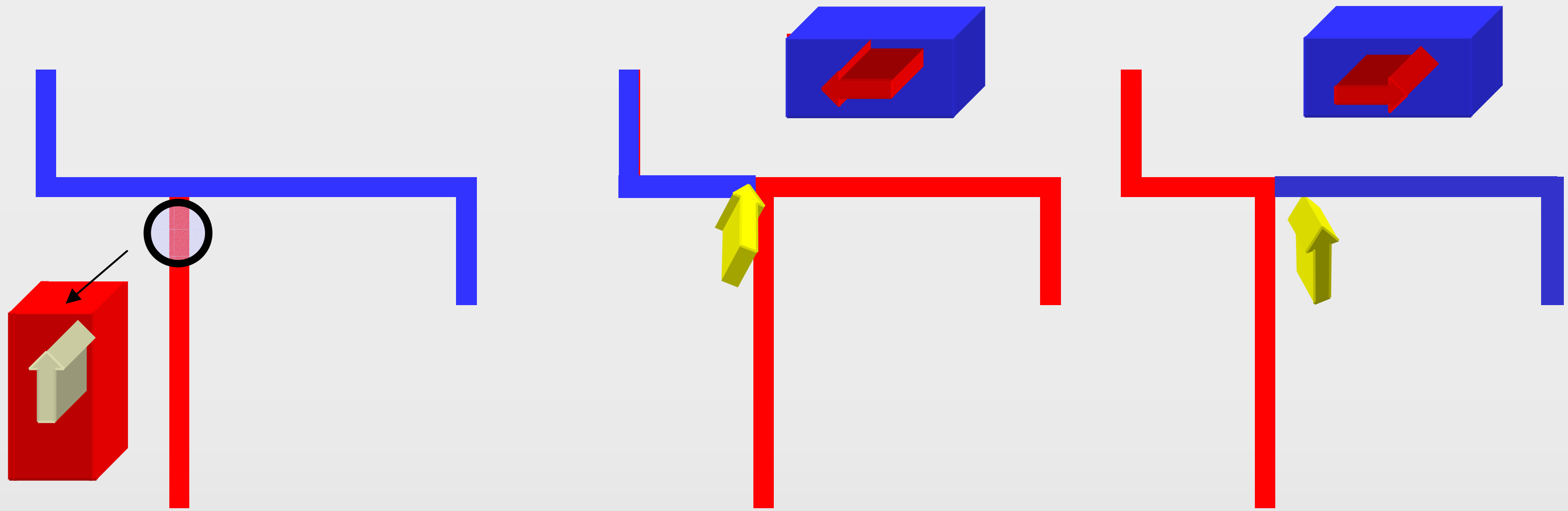
$S_2'' + S_3'' = .2 \times 4.9 \times 4.2 = 4.116\ cm^3$

$S_4'' = .24 \times 3.7 \times 1 = .888\ cm^3$

$S_x'' = S_1'' + S_2'' + S_3'' + S_4'' = 6.132\ cm^3$ → $\tau^T_{zs} = 521.592\ N/cm^2$

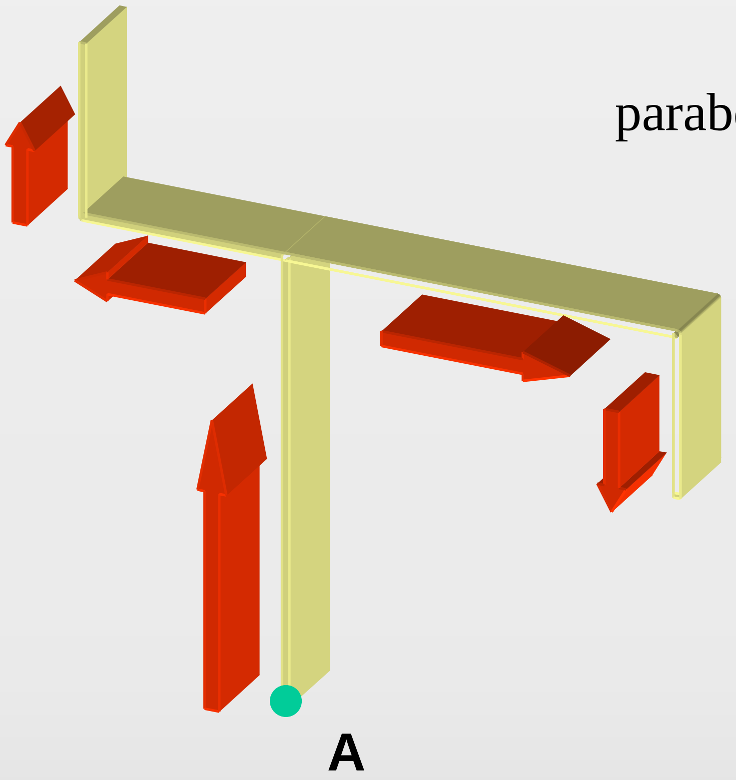
SFORZI DI TAGLIO

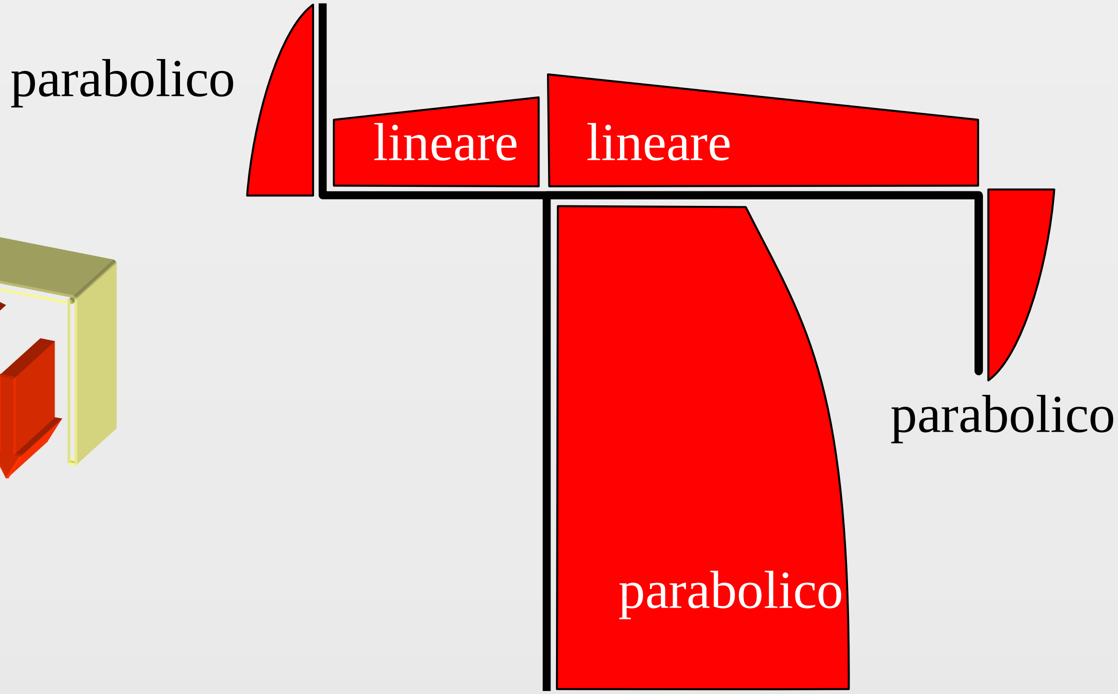
$$\tau^{T}_{zs} = T S_x''/(J_x b)$$



Sforzi di taglio diretti come la linea media: τ_{zs}

CALCOLO CENTRO DI TAGLIO





La distribuzione di sforzi non equivale staticamente ad un taglio applicato nel baricentro!

Calcoliamo, ad esempio, il momento generato da tutti gli sforzi rispetto al punto **A** = (1.5,0) sull'anima

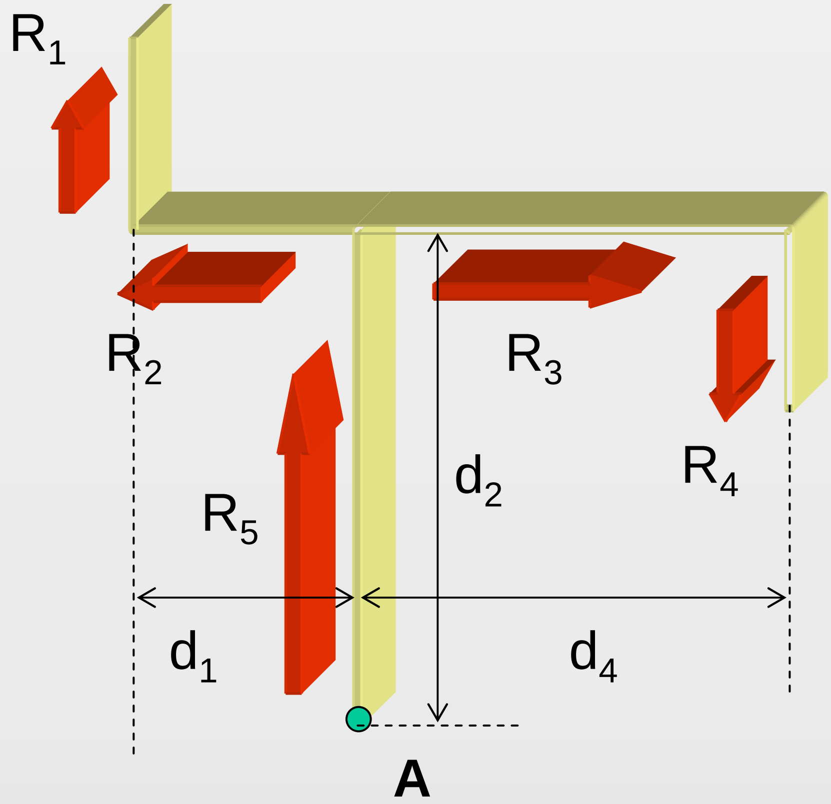
CENTRO DI TAGLIO (2)

$$\mathbf{M}_A = M_A \mathbf{e}_z = \int (\mathbf{P} - \mathbf{A}) \wedge b\tau_{zs} \mathbf{e}_l \, ds$$

$\mathbf{e}_l$ versore diretto come la linea media

Ad esempio, sul tratto 1:

$\mathbf{e}_l = (0,1)$ ⟶ $(\mathbf{P} - \mathbf{A}) \wedge \mathbf{e}_1 = -d_1$



$$\frac{1}{2} M_A = -d_1 b_1 \int_{a_1} \tau_{zs} \, ds + d_2 b_2 \int_{a_2} \tau_{zs} \, ds - d_3 b \int_{a_3} \tau_{zs} \, ds - d_4 b_4 \int_{a_4} \tau_{zs} \, ds =$$

$$= -d_1 R_1 + d_2 R_2 - d_2 R_3 - d_4 R_4$$

(R_1 risultante degli sforzi sul rettangolo 1)

CENTRO DI TAGLIO (3)

$$R_1 = b_1 \int_{a_1} \tau_{zs} \, ds$$

$$= b_1 a_1 /6 \, (\tau_{zs}^{1} + 4\, \tau_{zs}^{2} + \tau_{zs}^{3})$$

$$= T a_1/(6 J_x) \, (S''^{1} + 4\, S''^{2} + S''^{3})$$

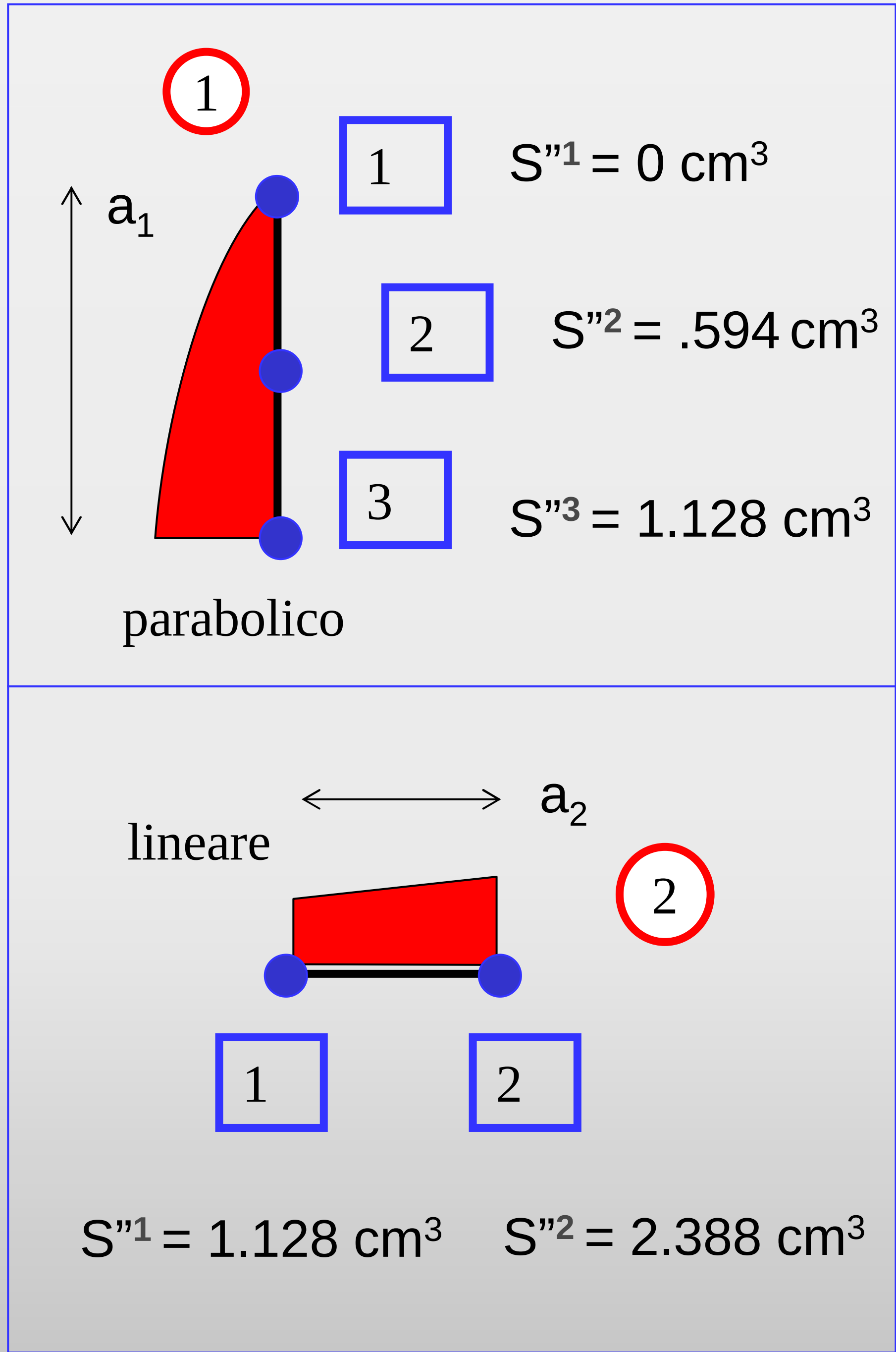
$$= 0.00917 \ T$$

$$R_2 = b_2 \int_{a_2} \tau_{zs} \, ds$$

$$= b_2 a_2 /2 \, (\tau_{zs}^{1} + \tau_{zs}^{2})$$

$$= T a_2/(2 J_x) \, (S''^{1} + S''^{2})$$

$$= 0.0414 \ T$$



CENTRO DI TAGLIO (4)

$$\frac{1}{2}M_A = -d_1 b_1 \int_{a_1} \tau_{zs}\, ds + d_2 b_2 \int_{a_2} \tau_{zs}\, ds - d_3 b \int_{a_3} \tau_{zs}\, ds - d_4 b_4 \int_{a_4} \tau_{zs}\, ds =$$

$$= -d_1 R_1 + d_2 R_2 - d_2 R_3 - d_4 R_4$$

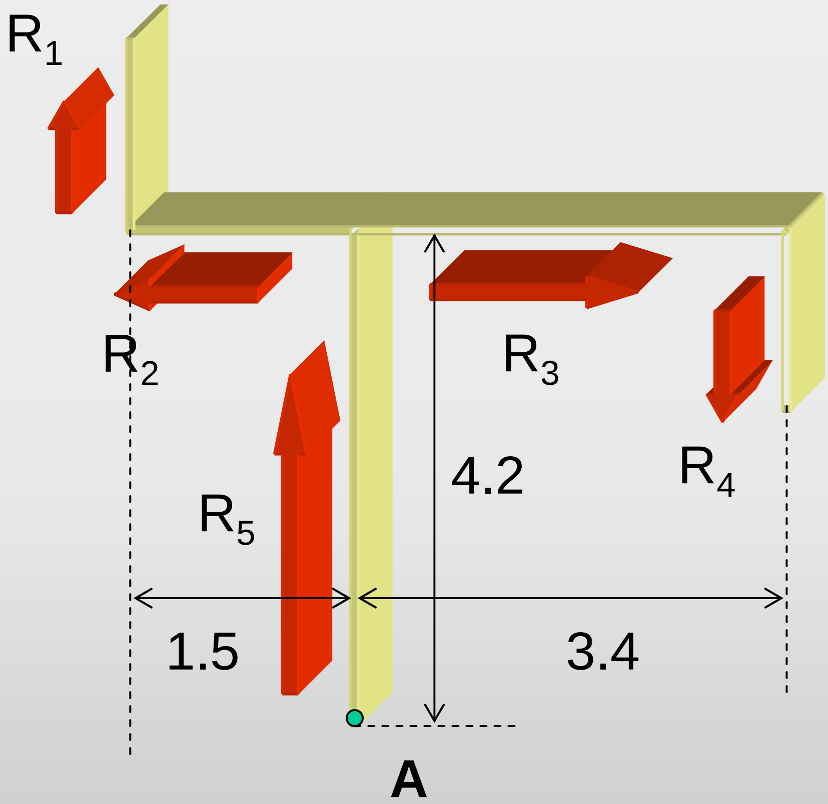
$R_1 = 0.00917$ T

$R_2 = 0.0414$ T

$R_3 = 0.12365$ T

$R_4 = 0.00666$ T

$M_A = -.7663$ T



CENTRO DI TAGLIO (5)

La distribuzione delle τ_{zs} previste da Jourawsky genera rispetto ad **A** un momento M_A = -.7663 T .

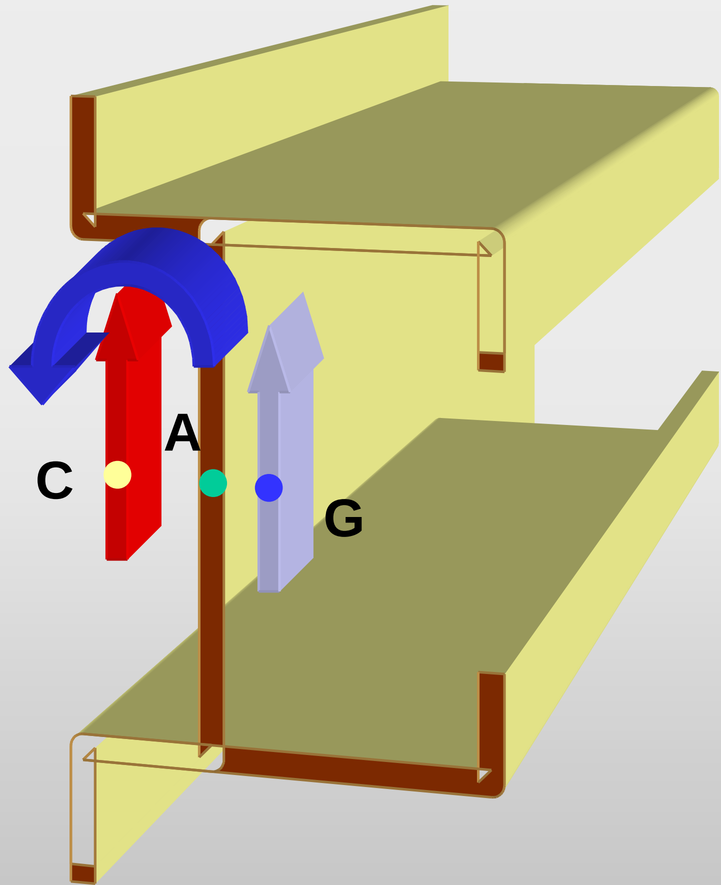
Il punto del piano rispetto a cui esse generano momento nullo si chiama centro di taglio **C** = (x_c, y_c).

Poiche'
$0 = M_C = M_A + T(x_A - x_C)$:

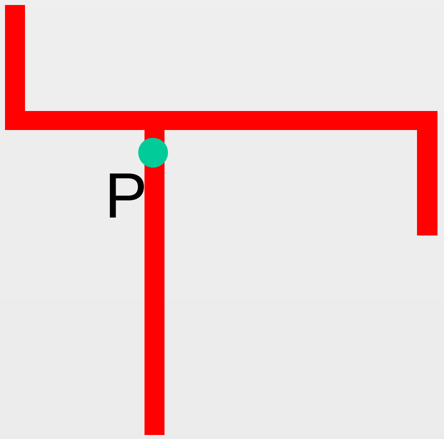
$x_C = x_A + M_A/T =$ 1.5 - .7663 = .736 cm

La distribuzione delle τ_{zs} di Jourawsky equivale dunque ad una forza T applicata nel centro di taglio.

Il problema assegna pero' una forza in **G**: Essa equivale ad una forza T in **C**, piu' un momento torcente parassita (di trasporto) $M_{TP}=T(x_G-x_C)$ i cui effetti devono essere considerati



EFFETTO MOMENTO DI TRASPORTO



$\tau^{MTP}_{zs\ max} = M_{TP}\, b_P/J_t$

$= T(x_G - x_C)\, b_P/J_t$

$= 4966.72\ N/cm^2$

$(J_t = 1/3\ \Sigma_i\ a_i\, b_i^3 = 0.0833\ cm^4)$

SFORZI DI TAGLIO COMPLESSIVI IN P

Momento torcente $\tau^{MT}_{zs\ max} = 7493.47\ N/cm^2$

Momento parassita $\tau^{MTP}_{zs\ max} = 4966.72\ N/cm^2$

Da sommare: i momenti torcenti hanno lo stesso segno

Taglio applicato in **C** $\tau^{T}_{zs} = 521.59\ N/cm^2$

$\tau^{TOT} = 12981.7\ N/cm^2$

SFORZI NORMALI

Azione assiale: $\sigma^N = N/A = 30000 / 4.936 = 6077.8 \ N/cm^2$

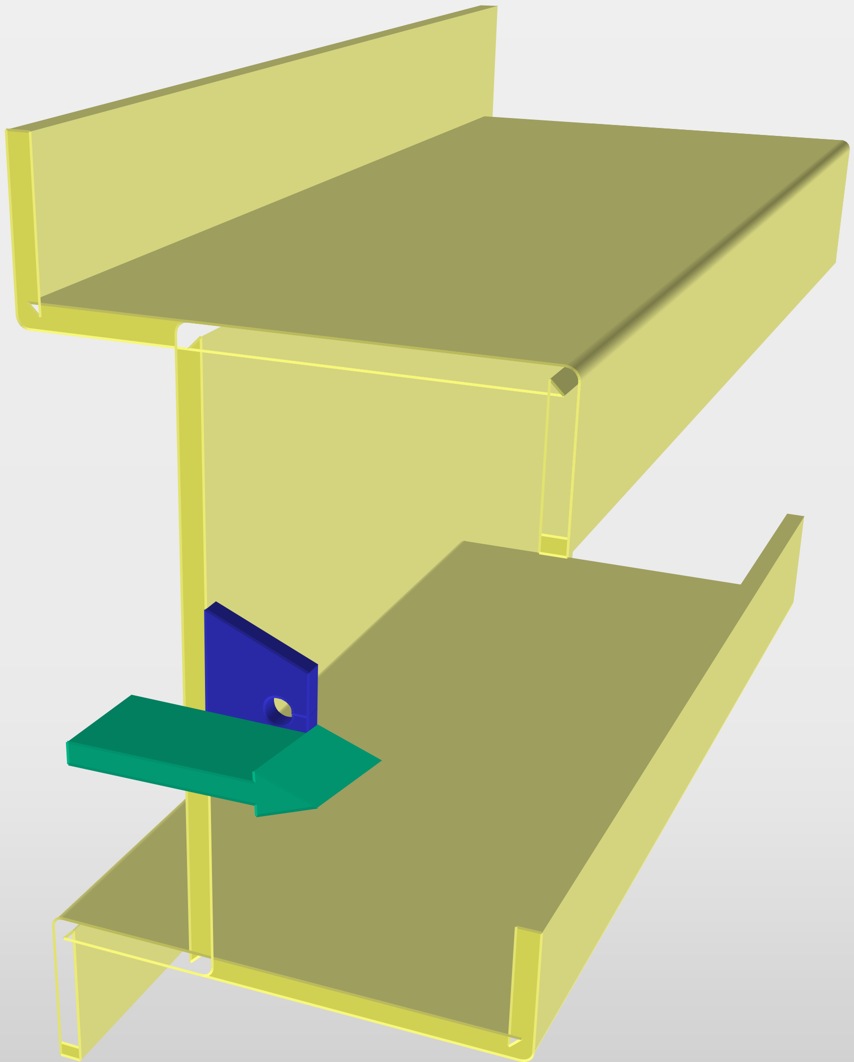
Momento flettente: $\sigma^M = M_x \, y_P / J_x = 120000 \times 4.2 / 63.68 = 7914 \ N/cm^2$

$$\sigma^{TOT} = \sigma^N + \sigma^M = 13992 \ N/cm^2$$

SFORZO EQUIVALENTE DI VON MISES

$$\sigma^{VM} = \sqrt{\left(\sigma^{TOT}\right)^2 + 3\left(\tau^{TOT}\right)^2} = 26482 \ N/cm^2$$

RIFLESSIONE: TAGLIO ORIZZONTALE H IN y=0



Solo distribuzione di taglio alla Jourawsky

$$\tau^{H}_{zs} = H S_y''/(J_y b)$$

$$S_y'' = \int_{A''} (x - x_G)\, dA$$

$x - x_G$ coordinata baricentrica