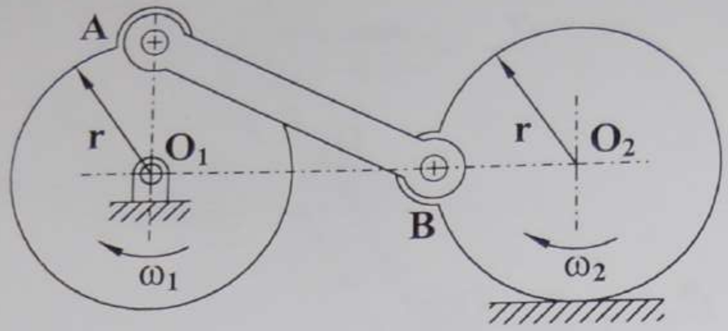
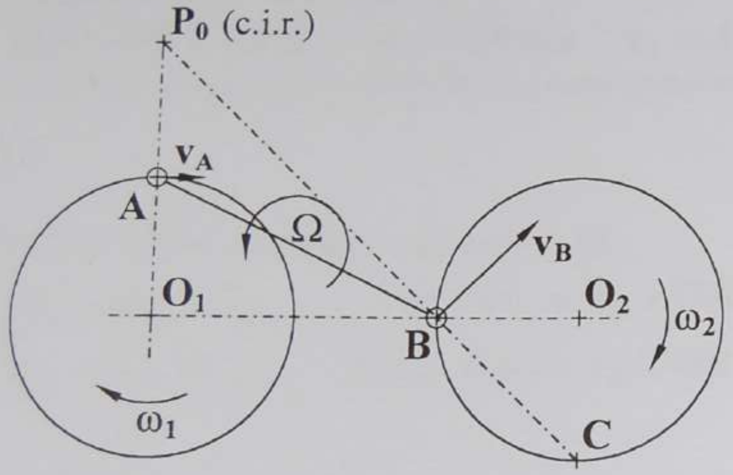


Valutare il rapporto tra le velocità angolari ω_1 e ω_2.

$r = 1$ m $\qquad$ **$O_1O_2 = 3$ m**

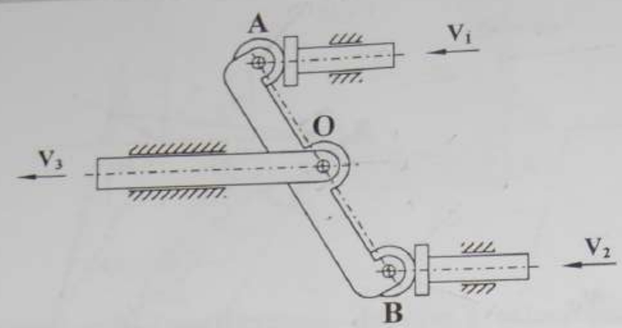


$O_1B = 2$ m $\qquad$ $P_OO_1 = 2$ m $\qquad$ $P_OA = 1$ m

$v_A = \omega_1 r = \Omega\, P_OA \qquad \Omega = \omega_1 \dfrac{r}{P_OA} = \omega_1$

$v_B = \Omega\, P_OB = \Omega\, 2\sqrt{2} = \omega_2\, BC \qquad \omega_2 = \dfrac{\Omega\, 2\sqrt{2}}{BC} = \dfrac{\omega_1\, 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\omega_2/\omega_1 = 2$



Definire il valore della velocità $\mathbf{v}_3$ dalla conoscenza di $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$.
Individuare inoltre il centro di istantanea rotazione dell'asta **AB** valutarne la distanza da **O**.

$\mathbf{OA = OB = .10\ m} \qquad \mathbf{v_1 = .20\ m\,s^{-1}} \quad \mathbf{v_2 = .10\ m\,s^{-1}}$

Terna relativa traslante centrata in **O**

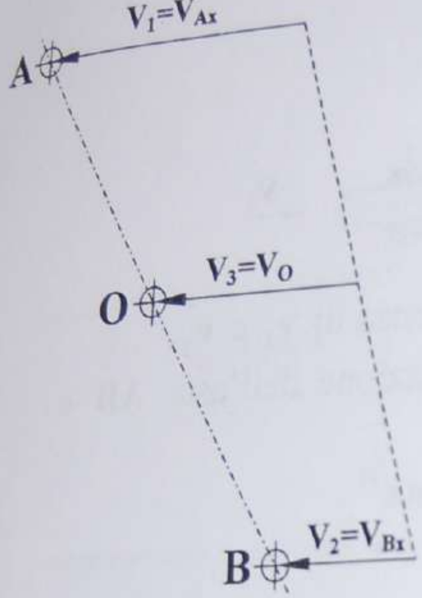
$$\begin{cases} \vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{v}_{AO} \\ \vec{v}_B = \vec{v}_O + \vec{v}_{BO} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{A_x} = v_1 = v_O + OA\ \omega\ \cos 30° \\ v_{B_x} = v_2 = v_O - OB\ \omega\ \cos 30° \end{cases}$$

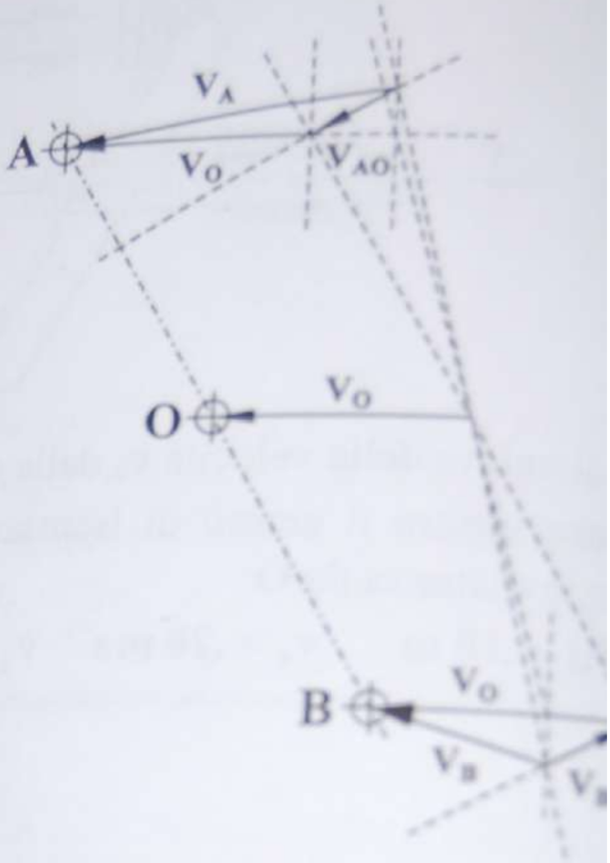
Sommando :

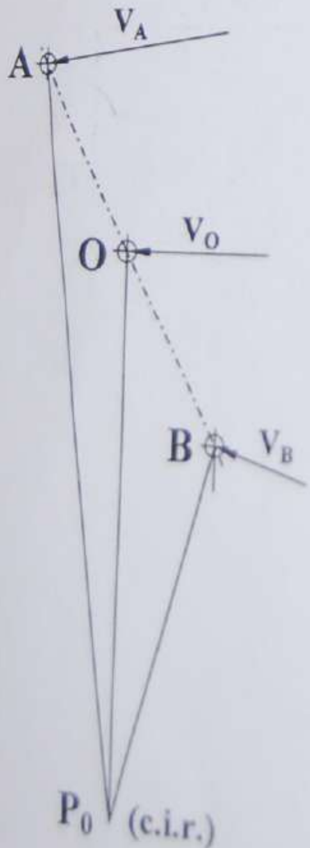
$$v_1 + v_2 = 2v_0 \qquad v_3 = v_O = \frac{v_1 + v_2}{2} = .15\ m\,s^{-1}$$

$$\omega = \frac{v_1 - v_0}{OA \cdot \cos 30°} = 5.8\ rad\,s^{-1}$$

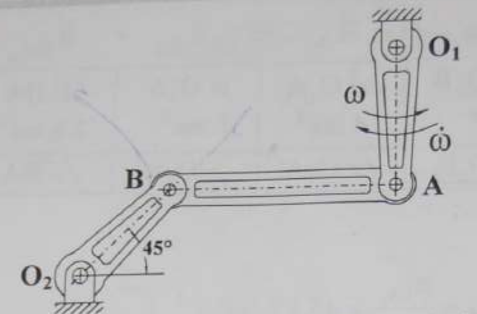
Graficamente :







$OP_0 = .26$ m



Per il sistema articolato illustrato, definire i valori dalla velocità e accelerazione angolari per l'asta $\mathbf{O_2B}$. Verificare inoltre se si tratta di doppio bilanciere, manovella-bilanciere o doppia manovella.

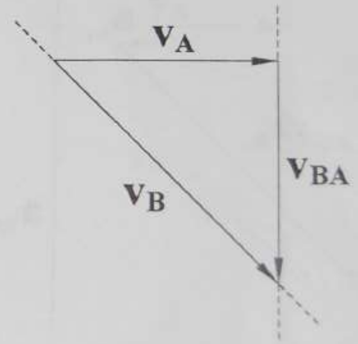
$\mathbf{O_1A = .25\ m}$ $\mathbf{O_2B = .22\ m}$ $\mathbf{AB = .40\ m}$

$\omega = \mathbf{4\ rad\ s^{-1}}$ $\dot{\omega} = \mathbf{4\ rad\ s^{-2}}$

Terna relativa traslante centrata in **A.**

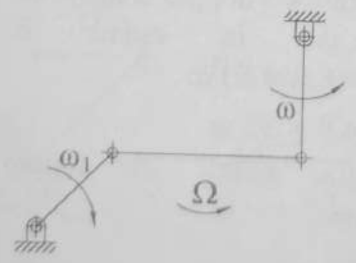
$$\vec{\mathbf{v}}_B = \vec{\mathbf{v}}_A + \vec{\mathbf{v}}_{BA}$$

	$\vec{\mathbf{v}}_B$	$\vec{\mathbf{v}}_A$	$\vec{\mathbf{v}}_{BA}$
Mod.	$\omega_1 O_2B$?	ωO_1A $1\ ms^{-1}$	ΩBA ?
Dir.	$\perp O_2B$	$\perp O_1A$	$\perp AB$



$v_{BA} = \mathbf{1\ m\ s^{-1}}$; $\Omega = \dfrac{v_{BA}}{\mathbf{BA}} = \mathbf{2.50\ rad\ s^{-1}}$

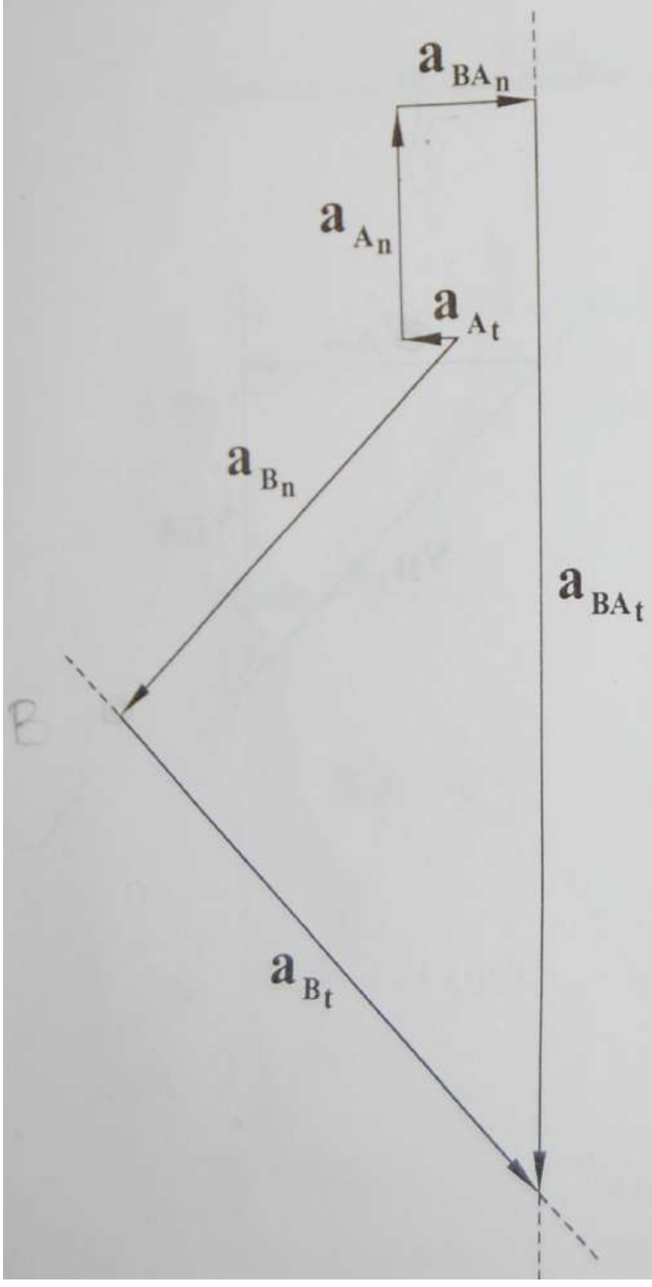
$v_B = \mathbf{1.41\ m\ s^{-1}}$; $\omega_1 = \dfrac{v_B}{\mathbf{O_2B}} = \mathbf{6.43\ rad\ s^{-1}}$



	$\vec{a}_{B_n}$ +	$\vec{a}_{B_t}$ =	$\vec{a}_{A_n}$ +	$\vec{a}_{A_t}$ +	a_{BA_n} +	$a_{B\ldots}$
Mod.	$\omega_1^2 O_2B$ $9.1\ ms^{-2}$	$\dot{\omega}_1 O_2B$?	$\omega^2 O_1A$ $4\ ms^{-2}$	$\dot{\omega} O_1A$ $1\ ms^{-2}$	$\Omega^2 BA$ $2.5\ ms^{-2}$	$\dot{\Omega} B\ldots$?
Dir.	$//O_2B$	$\perp O_2B$	$//O_1A$	$\perp O_1A$	$//BA$	$\perp B\ldots$

$a_{BA_t} = 18.36\ m\ s^{-2}$ $\qquad \dot{\Omega} = \dfrac{a_{BA_t}}{BA} = 45.89\ rad\ s^{-2}$

$a_{B_t} = 11.21\ m\ s^{-2}$ $\qquad \dot{\omega}_1 = \dfrac{a_{B_t}}{O_2B} = 50.96\ rad\ s^{-2}$



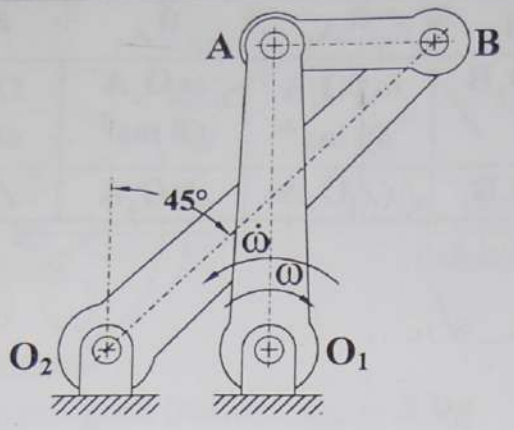
Regola di **GRASHOF** :
Un quadrilatero piano può essere a doppia manovella o a manovella-bilanciere soltanto se la somma del più piccolo e del più grande dei suoi lati non è maggiore della somma degli altri due. In tal caso si ha una doppia manovella se l'asta fissa è la più corta , una manovella-bilanciere se l'asta fissa è una delle contigue alla più corta (essendo manovella il lato più corto). In tutti gli altri casi il quadrilatero è a doppio bilanciere.
Nel caso in esame è:

$$O_1O_2 + O_2B = .91\ m$$

$$O_1A + AB = .65\ m$$

Si tratta quindi di doppio bilanciere.

6

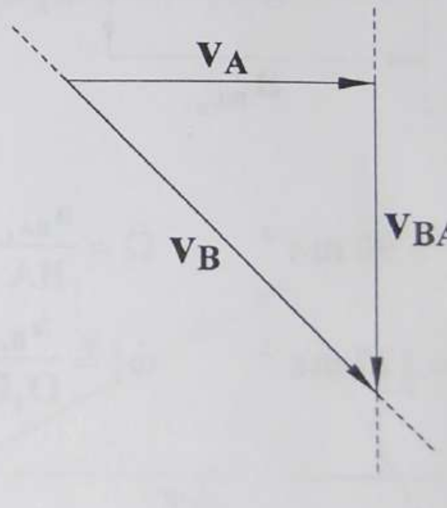


Per il sistema articolato illustrato, definire i valori dalla velocità e accelerazione angolari per l'asta $\mathbf{O_2B}$.

$\mathbf{O_1A = .30\ m}$ $\quad$ $\mathbf{AB = .15\ m}$ $\quad$ $\mathbf{\omega = 10\ rad\ s^{-1}}$ $\quad$ $\mathbf{\dot{\omega} = 200\ rad\ s^{-2}}$

Terna traslante centrata in **A**

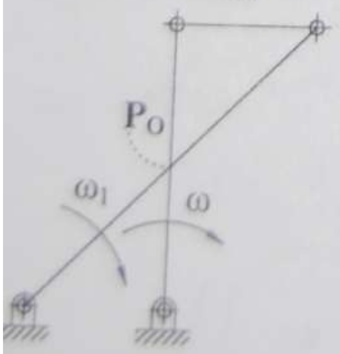
	$\vec{v}_B$ =	$\vec{v}_A$ +	$\vec{v}_{BA}$
Mod.	$\omega_1\, O_2B$?	$\omega\, O_1A$ $3\ ms^{-1}$	$\Omega\, BA$?
Dir.	$\perp O_2B$	$\perp O_1A$	$\perp BA$



$\mathbf{O_2B = .42\,m}$

$v_{BA} = 3\ m\,s^{-1}$ $\qquad$ $\Omega = \dfrac{v_{BA}}{BA} = 20\ rad\ s^{-1}$

$v_B = 4.24\ m\,s^{-1}$ $\qquad$ $\omega_1 = \dfrac{v_B}{O_2B} = 10\ rad\ s^{-1}$



Oppure, essendo $\mathbf{P_O}$ il c.i.r. della biella **AB** :

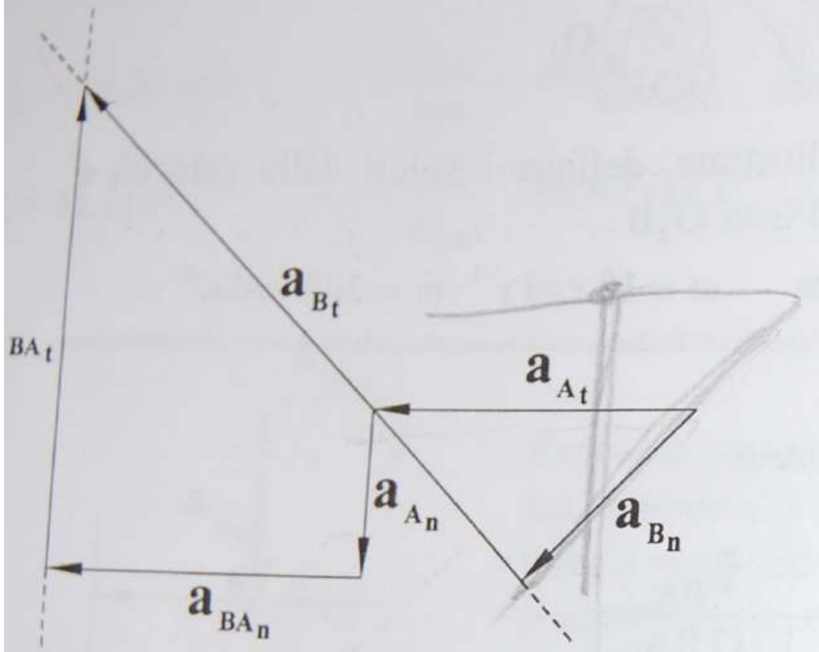
$$v_A = \omega\ O_1A = \Omega\ P_OA$$

$$\Omega = \omega\ \frac{O_1A}{P_OA} = 20\ rad\ s^{-1}$$

$$v_B = \Omega\ P_OB = 4.24\ m\,s^{-1}$$

$$\vec{a}_{B_n} + \vec{a}_{B_t} = \vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} + \vec{a}_{BA_n} + \vec{a}_{BA_t}$$

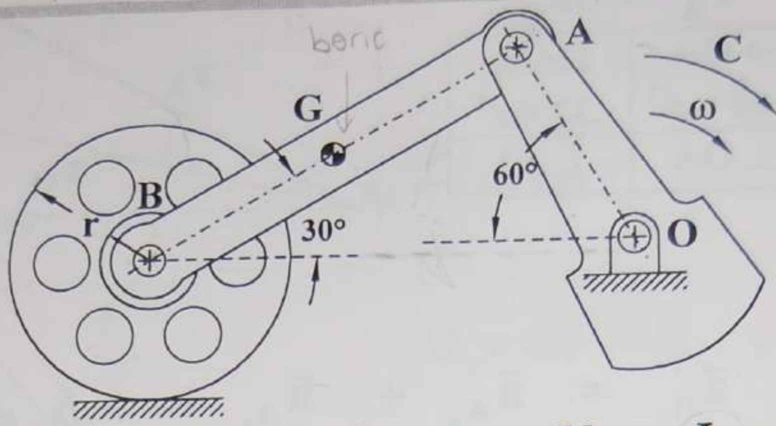
	$\vec{a}_{B_n}$	$\vec{a}_{B_t}$	$\vec{a}_{A_n}$	$\vec{a}_{A_t}$	$\vec{a}_{BA_n}$	$\vec{a}_{BA_t}$
Mod.	$\omega_1^2 O_2B$ $42\ ms^{-2}$	$\dot{\omega}_1 O_2B$?	$\omega^2 O_1A$ $30\ ms^{-2}$	$\dot{\omega}\, O_1A$ $60\ ms^{-2}$	$\Omega^2 BA$ $60\ ms^{-2}$	$\dot{\Omega} BA$?
Dir.	$//O_2B$	$\perp O_2B$	$//O_1A$	$\perp O_1A$	$//BA$	$\perp BA$



$_t = 90\ m\,s^{-2}$ $\qquad \dot{\Omega} = \dfrac{a_{BA_t}}{BA} = 600\ rad\ s^{-2}$

$= 127\ m\,s^{-2}$ $\qquad \dot{\omega}_1 = \dfrac{a_{B_t}}{O_2B} = 302\ rad\ s^{-2}$

meccanica

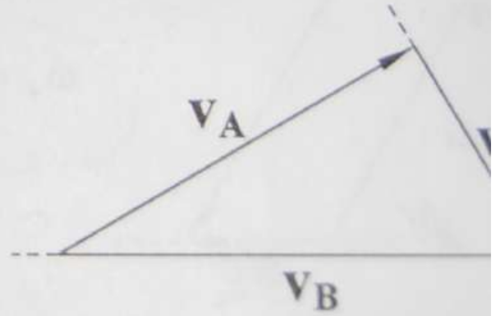


Per il manovellismo in figura (rullo : $\mathbf{m_r = .5\ kg}$ $\mathbf{J_B = .001\ kg\ m}$
biella: $\mathbf{m_b = .1\ kg}$ $\mathbf{J_G = .0002\ kg\ m^2}$), trovare per l'ista
considerato il valore della coppia **C** che assicuri l'equilibrio dinam
del sistema. Il baricentro della biella si trova a metà della biella ste
il baricentro della manovella coincide con la cerniera **O**. Il siste
giace sul piano orizzontale.

$\mathbf{OA = 65\ mm}$ $\mathbf{BA = 120\ mm}$ $\mathbf{r = 40\ mm}$ $\omega = \mathbf{20\ rad\ s^{-1}}$

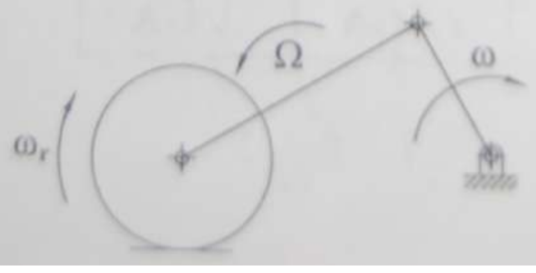
Terna relativa traslante centrata in **A.**

	$\vec{\mathbf{v}}_B$ =	$\vec{\mathbf{v}}_A$ +	$\vec{\mathbf{v}}_{BA}$
Mod.	?	ω **OA** **1.3 ms^{-1}**	Ω**BA** **?**
Dir.	**orizz.**	$\perp$ **OA**	$\perp$ **BA**



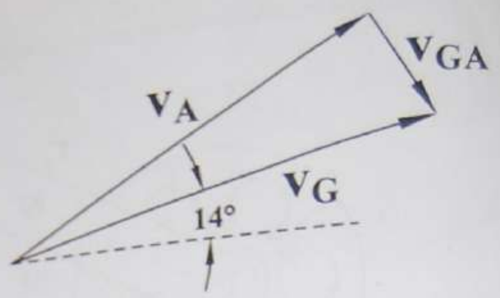
$v_{BA} = .75\ m\,s^{-1}$ $\qquad \Omega = \dfrac{v_{BA}}{BA} = 6.25\ rad\ s^{-1}$

$v_B = 1.50\ m\,s^{-1}$ $\qquad \omega_r = \dfrac{v_B}{r} = 37.50\ rad\ s^{-1}$



$$\vec{v}_G = \vec{v}_A + \vec{v}_{GA}$$

	$\vec{v}_G$	$\vec{v}_A$	$\vec{v}_{GA}$
Mod.	?	ω OA 1.30 ms^{-1}	ΩGA .37 ms^{-1}
Dir.	?	$\perp$ OA	$\perp$ BA

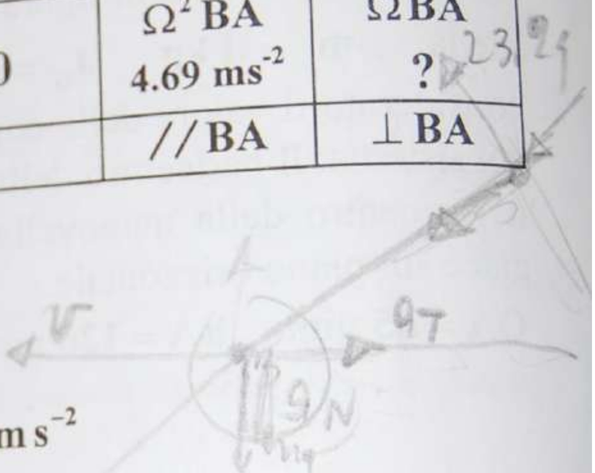


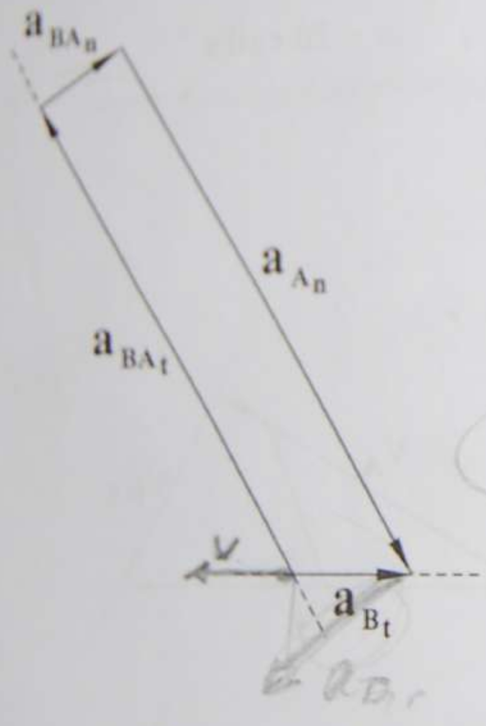
$v_G = 1.35 \text{ m s}^{-1}$

nulla a v parallela a V

$$\vec{a}_{B_n} + \vec{a}_{B_t} = \vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} + \vec{a}_{BA_n} + \vec{a}_{BA_t}$$

	$\vec{a}_{B_n}$	$\vec{a}_{B_t}$	$\vec{a}_{A_n}$	$\vec{a}_{A_t}$	$\vec{a}_{BA_n}$	$\vec{a}_{BA_t}$
Mod.	0	?	ω^2OA 26 ms^{-2}	0	Ω^2BA 4.69 ms^{-2}	$\dot{\Omega}$BA ? 23.29
Dir.	2	orizz.	//OA	2	//BA	$\perp$ BA





$$a_{BA_t} = 23.29 \text{ m s}^{-2}$$

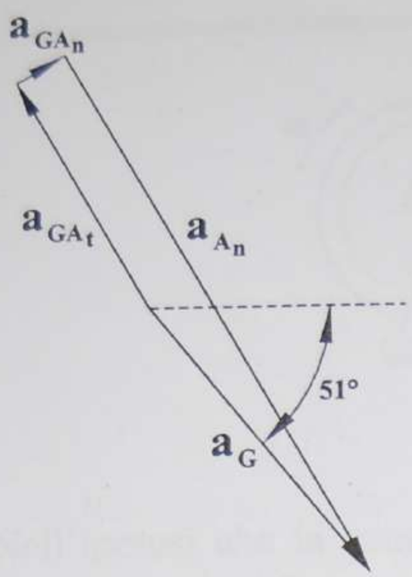
$$\dot{\Omega} = \frac{a_{BA_t}}{BA} = 194.08 \text{ rad s}^{-2}$$

$$a_{B_t} = 5.42 \text{ m s}^{-2}$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{a_{B_t}}{r} = 135.52 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} + \vec{a}_{GA_n} + \vec{a}_{GA_t}$$

	$\vec{a}_G$	$\vec{a}_{A_n}$	$\vec{a}_{A_t}$	$\vec{a}_{GA_n}$	$\vec{a}_{GA_t}$
Mod.	?	ω^2OA 26 ms^{-2}	0	Ω^2GA 2.35 ms^{-2}	$\dot{\Omega}$GA 11.64 ms^{-2}
Dir.	?	//OA		//GA	$\perp$ GA



$a_G = 14.5 \ m\,s^{-2}$

Applicando la : $W_m + W_r + W_p = \dfrac{dE}{dt} = -W_i$

dove :

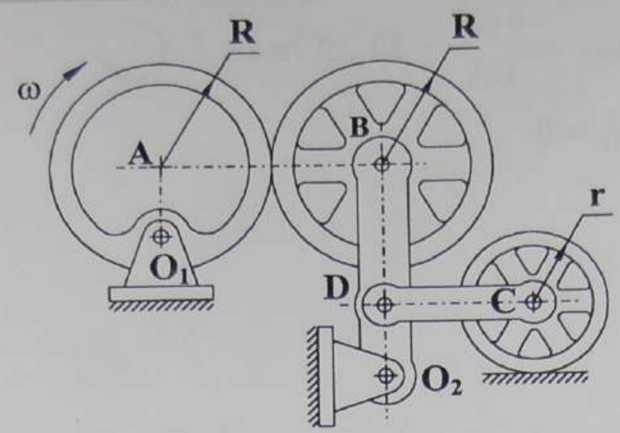
$$W_m = \vec{C} \times \vec{\omega} = C \cdot \omega$$

$$-W_i = m_r \cdot \vec{a}_B \times \vec{v}_B + J_B \cdot \dot{\vec{\omega}}_r \times \vec{\omega}_r + m_b \cdot \vec{a}_G \times \vec{v}_G + J_G \dot{\vec{\Omega}} \times$$

Si ottiene :

$$C\omega = +m_r \ a_B \ v_B + J_B \ \dot{\omega}_r \omega_r + m_b \ a_G \ v_G \ \cos 65° + \\ - J_G \ \dot{\Omega}\, \Omega = +10.19 \ W$$

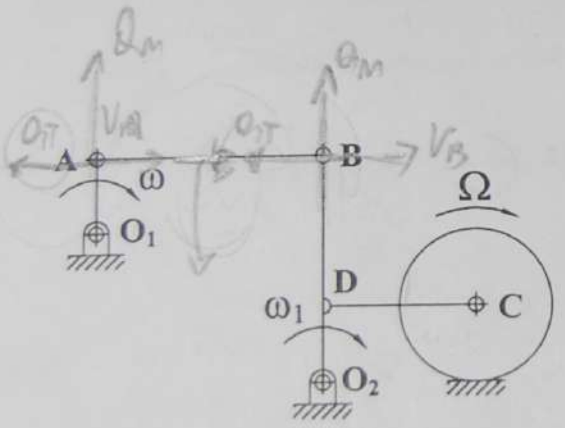
$$C = +.51 \ N\,m$$



Nell'ipotesi che la camma circolare di centro **A**, incernierata in **O_1**, ruoti con velocità angolare costante ω, si chiede di valutare la velocità e l'accelerazione angolari della ruota di centro **C**.

$O_1A = .2$ m **$O_2B = .6$ m** **$O_2D = .2$ m** **$DC = .4$ m**

$R = .3$ m **$r = .2$ m** **$\omega = 10\ \mathrm{rad\ s^{-1}}$**



$$\omega_{AB} = 0 \qquad \omega_{DC} = 0$$

$$v_A = v_B = \omega\, O_1A = 2\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

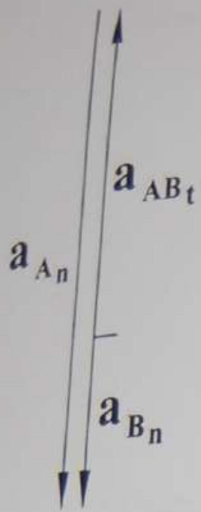
$$\omega_1 = \frac{v_B}{O_2B} = 3.33\ \mathrm{rad\ s^{-1}}$$

$$v_D = v_C = \omega_1 O_2D = .66\ \mathrm{ms^{-1}}$$

$$\Omega = \frac{v_C}{r} = 3.33\ \mathrm{rad\ s^{-1}}$$

$$\vec{a}_{B_n} + \vec{a}_{B_t} = \vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} + \vec{a}_{BA_n} + \vec{a}_{BA}$$

Mod.	$\omega_1^2 O_2B$ $6.66\ \mathrm{ms^{-2}}$	$\dot{\omega}_1 O_2B$?	$\omega^2 O_1A$ $20\ \mathrm{ms^{-2}}$	0	0	$\dot{\omega}_{BA}$ B… ?
Dir.	$// O_2B$	$\perp O_2B$	$// O_1A$			$\perp$ BA

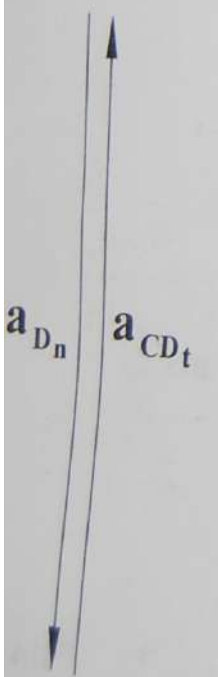


$$\dot{\omega}_{BA} = \frac{a_{BA_t}}{BA} = 22.22 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\dot{\omega}_1 = 0$$

$$\vec{a}_{C_n} + \vec{a}_{C_t} = \vec{a}_{D_n} + \vec{a}_{D_t} + \vec{a}_{CD_n} + \vec{a}_{CD_t}$$

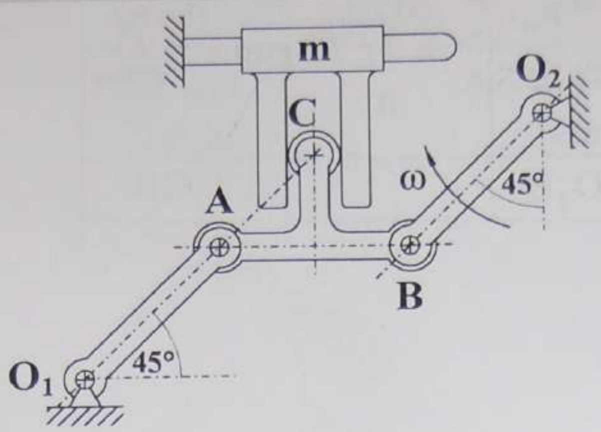
	$\vec{a}_{C_n}$	$\vec{a}_{C_t}$	$\vec{a}_{D_n}$	$\vec{a}_{D_t}$	$\vec{a}_{CD_n}$	$\vec{a}_{CD_t}$
Mod.	0	?	$\omega_1^2 O_2D$ 2.22 ms^{-2}	0	0	$\dot{\omega}_{CD}\, CD$?
Dir.		orizz.	$// O_2D$			$\perp CD$



$$\dot{\omega}_{CD} = \frac{a_{CD_t}}{CD} = 5.55 \text{ rad s}^{-2}$$

$$a_{C_t} = 0$$

$$\dot{\Omega} = 0$$



Il quadrilatero costituito da due bilancieri ed una biella (elemento **ABC**) muove, con una forcella, il manicotto **m**. Definire, nell'istante considerato, velocità e accelerazione del sistema traslante manicotto-forcella. $\mathbf{O_1A = O_2B = AB = .1m}$ $\quad \mathbf{AC = CB}$ $\quad \omega = \mathbf{10\ rad\ s^{-1}}$ (cost.)

L'elemento **ABC** trasla (c.i.r. all'∞) quindi : $\Omega_{ABC} = 0$

$\mathbf{v_A = v_C = v_B = \omega\ O_2B = 1\ m\,s^{-1}}$ $\qquad \omega_{O_1A} = \omega = \mathbf{10\ rad\,s^{-1}}$

$\mathbf{v_m = v_{C_x} = .7\ m\,s^{-1}} \longleftarrow$

Terna relativa traslante centrata in **B**

$$\vec{\mathbf{a}}_{A_n} + \vec{\mathbf{a}}_{A_t} = \vec{\mathbf{a}}_{B_n} + \vec{\mathbf{a}}_{B_t} + \vec{\mathbf{a}}_{AB_n} + \vec{\mathbf{a}}_{A}$$

Mod.	$\omega^2_{O_1A}\ O_1A$ $10\ ms^{-2}$	?	$\omega^2\ O_2B$ $10\ ms^{-2}$	0	0	$\dot{\Omega}_{ABC}$?
Dir.	$//O_1A$	$\perp O_1A$	$//O_2B$			$\perp$ A

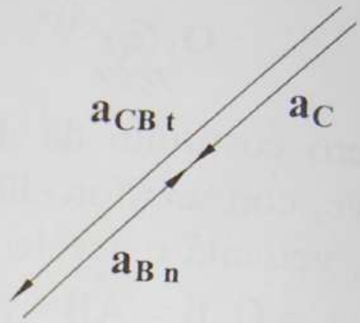
$$a_{AB_t} = \frac{2 \cdot 20}{\sqrt{2}} = 28.3\ m\,s^{-2}$$

$$\dot{\Omega}_{ABC} = \frac{a_{AB_t}}{AB} = 282.8\ rad\ s^{-2}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{B_n} + \vec{a}_{CB_n} + \vec{a}_{CB_t}$$

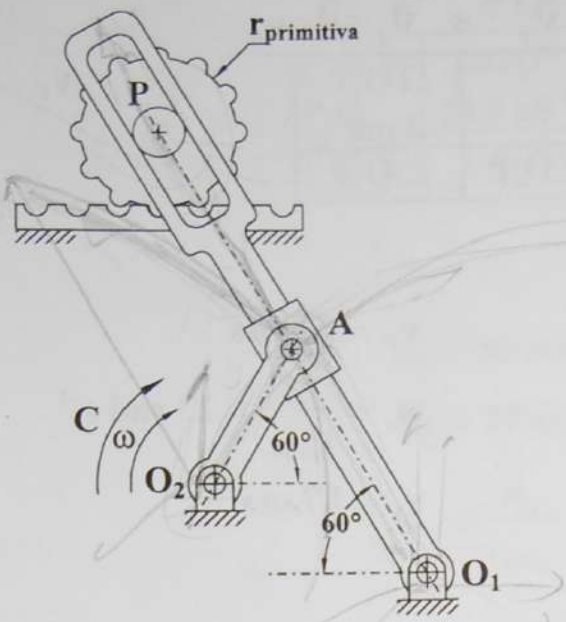
	$\vec{a}_C$	$\vec{a}_{B_n}$	$\vec{a}_{CB_n}$	$\vec{a}_{CB_t}$
Mod.	?	$\omega^2 O_2B$ 10 ms^{-2}	0	$\dot{\Omega}_{ABC}\,CB$ 20 ms^{-2}
Dir.	?	$//O_2B$		$\perp CB$

$$CB = \frac{.1}{\sqrt{2}}$$



$$a_C = 10\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$a_m = a_{C_x} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.1\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$



La manovella $\mathbf{O_2A}$ del meccanismo in figura muove, tramite un corsoio, un'asta che, mediante una scanalatura, trascina il piolo **P**. Quest'ultimo è calettato a una ruota dentata che è quindi fatta rotolare $\left(\mathbf{m = 5\,kg \quad J_G = .06\,kg\,m^2}\right)$ lungo una cremagliera. Valutare il valore della coppia **C** da applicare alla manovella.

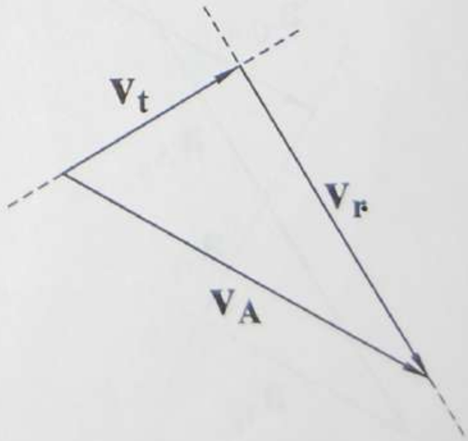
$\mathbf{O_2A = .30\,m \quad O_1A = .50\,m \quad O_1P = 1\,m \qquad r_{primitiva} = .15\,m}$

$\omega = \mathbf{10\,rad\,s^{-1}}$

Terna relativa centrata in $\mathbf{O_1}$ ruotante col glifo

$$\vec{\mathbf{v}}_A = \vec{\mathbf{v}}_r + \vec{\mathbf{v}}_t$$

	$\vec{\mathbf{v}}_A$	$\vec{\mathbf{v}}_r$	$\vec{\mathbf{v}}_t$
Mod.	$\omega\,O_2A$ $3\,ms^{-1}$	?	$\Omega\,O_1A$?
Dir.	$\perp O_2A$	$//O_1A$	$\perp O_1A$



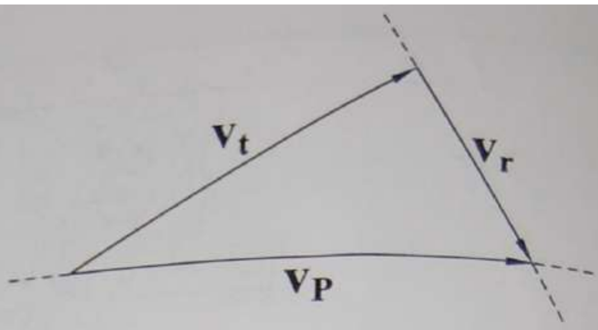
$\mathbf{v_t = 1.5\,m\,s^{-1}} \qquad \Omega = \frac{\mathbf{v_t}}{\mathbf{O_1A}} = \mathbf{3\,rad\,s^{-1}}$

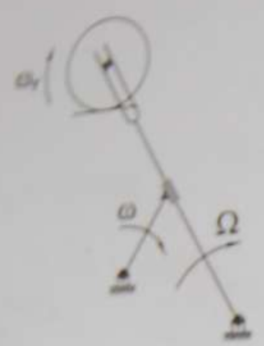
$\mathbf{v_r = 2.6\,m\,s^{-1}}$

$V_r \leq \Omega\, O_1$

$$\vec{v}_P = \vec{v}_r + \vec{v}_t$$

	$\vec{v}_P$	$\vec{v}_r$	$\vec{v}_t$
Mod.	?	?	$\Omega\, O_1P$ $3\ \mathrm{ms^{-1}}$
Dir.	orizz.	$//O_1P$	$\perp O_1P$





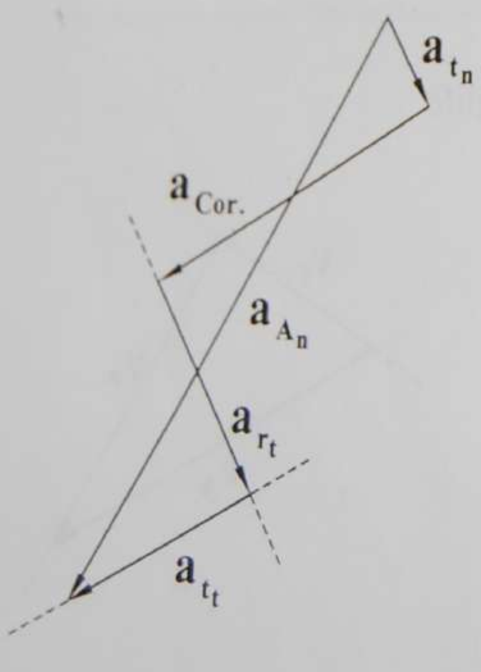
$$v_P = 3.5\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\omega_r = \frac{v_P}{r_{prim.}} = 23\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

$$v_r = 1.7\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} = \vec{a}_{r_n} + \vec{a}_{r_t} + \vec{a}_{t_n} + \vec{a}_{t_t} + \vec{a}_{Coriolis}$$

	$\vec{a}_{A_n}$	$\vec{a}_{A_t}$	$\vec{a}_{r_n}$	$\vec{a}_{r_t}$	$\vec{a}_{t_n}$	$\vec{a}_{t_t}$	$\vec{a}_{Coriolis}$
Mod.	$\omega^2 O_2A$ $30\ \mathrm{ms^{-2}}$	0	0	?	$\Omega^2 O_1A$ $4.5\ \mathrm{ms^{-2}}$	$\dot{\Omega}\, O_1A$?	$2\Omega v_r$ $15.6\ \mathrm{ms^{-2}}$
Dir.	$//O_2A$			$//O_1A$	$//O_1A$	$\perp O_1A$	$\perp O_1A$



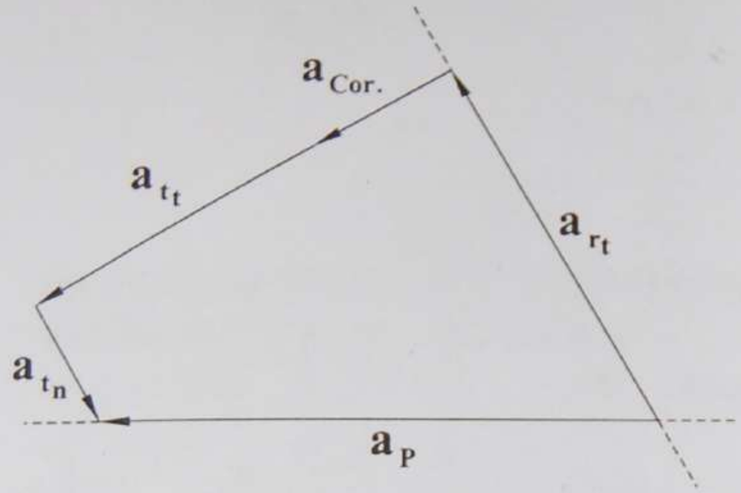
$$a_{t_t} = 10.4\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$a_{r_t} = 10.5\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$\dot{\Omega} = \frac{a_{t_t}}{O_1A} = 20.8\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{r_n} + \vec{a}_{r_t} + \vec{a}_{t_n} + \vec{a}_{t_t} + \vec{a}_{Coriolis}$$

	$\vec{a}_P$	$\vec{a}_{r_n}$	$\vec{a}_{r_t}$	$\vec{a}_{t_n}$	$\vec{a}_{t_t}$	$\vec{a}_{Coriolis}$
Mod.	?	0	?	$\Omega^2 O_1P$ $9\ ms^{-2}$	$\dot{\Omega} O_1P$ $20.8\ ms^{-2}$	$2\Omega v_r$ $10.4\ ms^{-2}$
Dir.	orizz.		$//O_1P$	$//O_1P$	$\perp O_1P$	$\perp O_1P$



$$a_P = 36\ m\,s^{-2}$$

$$a_{r_t} = 27\ m\,s^{-2}$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{a_P}{r_{prim.}} = 240\ rad\ s^{-2}$$

Applicando la : $\mathbf{W_m + W_r + W_p = \frac{dE}{dt} = -W_i}$

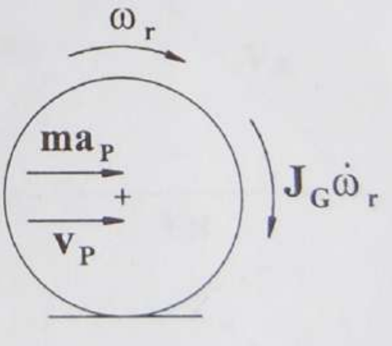
dove :

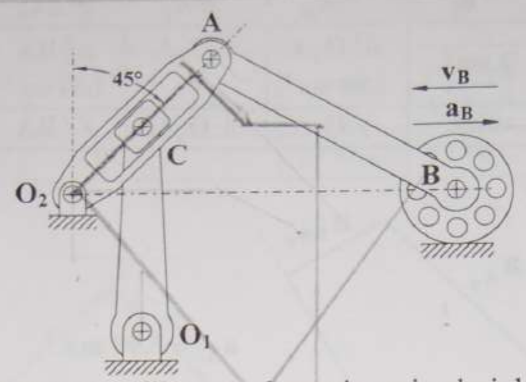
$$W_m = \vec{C} \times \vec{\omega}_m$$

$$-W_i = m \cdot \vec{a}_P \times \vec{v}_P + J_G \cdot \dot{\vec{\omega}}_r \times \vec{\omega}_r$$

Si ottiene :

$$C = -\frac{m a_P v_P + J_G \dot{\omega}_r \omega_r}{\omega} = -96\ Nm$$





Per il sistema articolato illustrato determinare i valori della velocità ed accelerazione angolari dell'asta O_1C.

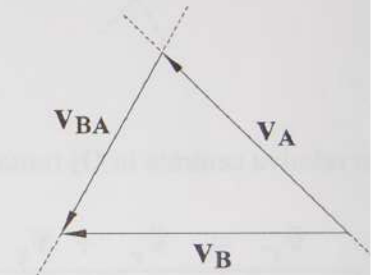
$O_2A = .28\ m$ $O_2C = CA$ $AB = .40\ m$ $O_1C = .30\ m$

$v_B = 1\ m\,s^{-1}$ $a_B = 2\ m\,s^{-2}$

Terna traslante centrata in **A**

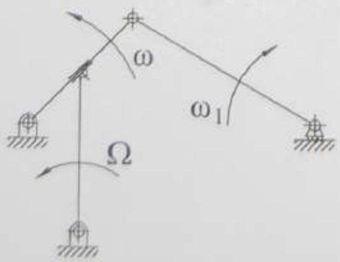
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

	$\vec{v}_B$	$\vec{v}_A$	$\vec{v}_{BA}$
Mod.	$1\ ms^{-1}$	$\omega\, O_2A$?	$\omega_1\, BA$?
Dir.	orizz.	$\perp O_2A$	$\perp BA$

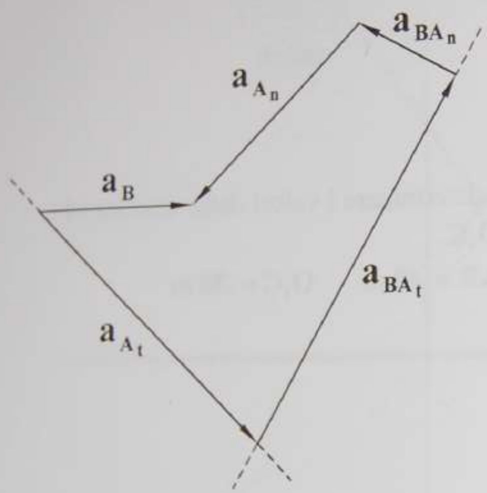


$v_A = .90\ m\,s^{-1}$ $\omega = \dfrac{v_A}{O_2A} = 3.22\ rad\ s^{-1}$

$v_{BA} = .73\ m\,s^{-1}$ $\omega_1 = \dfrac{v_{BA}}{BA} = 1.83\ rad\ s^{-1}$



	$\vec{a}_{B_n}$ +	$\vec{a}_{B_t}$ =	$\vec{a}_{A_n}$ +	$\vec{a}_{A_t}$ +	$\vec{a}_{BA_n}$ +	$\vec{a}_{BA_t}$
Mod.	0	2 ms^{-2}	$\omega^2 O_2A$ 2.89 ms^{-2}	$\dot{\omega}\, O_2A$?	$\omega_1^2\, BA$ 1.34 ms^{-2}	$\dot{\omega}_1\, BA$?
Dir.		orizz.	$//O_2A$	$\perp O_2A$	$//BA$	$\perp BA$



$a_{A_t} = 3.99\ m\,s^{-2}$

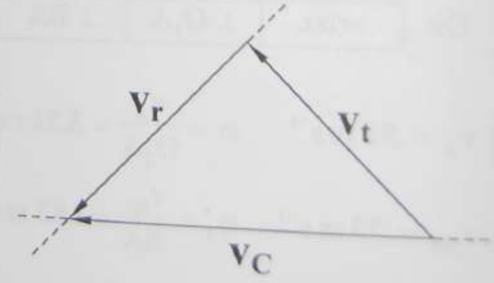
$\dot{\omega} = \dfrac{a_{A_t}}{O_2A} = 14.25\ rad\ s^{-2}$

$a_{BA_t} = 4.84\ m\,s^{-2}$

$\dot{\omega}_1 = \dfrac{a_{BA_t}}{AB} = 12.10\ rad\ s^{-2}$

Terna relativa centrata in O_2 ruotante con O_2A

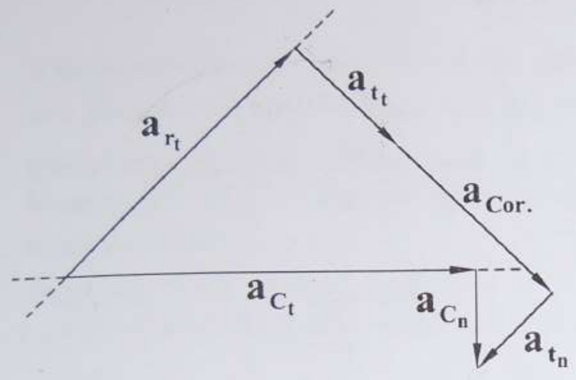
	$\vec{v}_C$ =	$\vec{v}_r$ +	$\vec{v}_t$
Mod.	ΩO_1C ?	?	$\omega\, O_2C$ .45 ms^{-1}
Dir.	$\perp O_1C$	$//O_2C$	$\perp O_2C$



$v_r = .45\ m\,s^{-1}$

$v_C = .64\ m\,s^{-1}$ $\qquad \Omega = \dfrac{v_C}{O_1C} = 2.1\ rad\ s^{-1}$

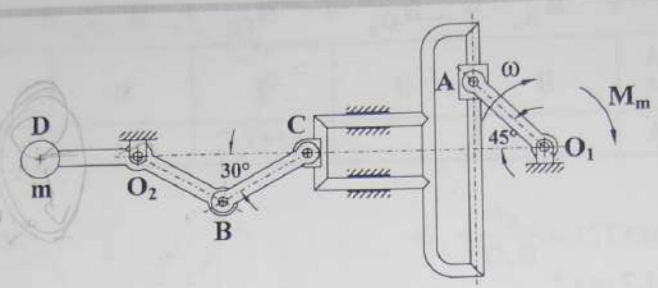
	$\vec{a}_{C_n}$ +	$\vec{a}_{C_t}$ =	$\vec{a}_{r_n}$ +	$\vec{a}_{r_t}$ +	$\vec{a}_{t_n}$ +	$\vec{a}_{t_t}$	$+\vec{a}_{Coriolis}$
Mod.	$\Omega^2 O_1C$ $1.3\ ms^{-2}$	$\dot{\Omega} O_1C$?	0	?	$\omega^2 O_2C$ $1.4\ ms^{-2}$	$\dot{\omega} O_2C$ $2\ ms^{-2}$	$2\omega v_r$ $2.9\ ms^{-2}$
Dir.	$//O_1C$	$\perp O_1C$		$//O_2C$	$//O_2C$	$\perp O_2C$	$\perp O_2C$



$a_{C_t} = 5.6\ m\,s^{-2}$

$$\dot{\Omega} = \frac{a_{C_t}}{O_1C} = 18.3\ rad\,s^{-2}$$

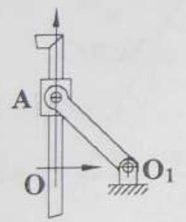
$|m a \times v|$ $(J \dot{\omega} \omega)$ $(F \cdot v$



Il sistema in figura è mosso dalla manovella $\mathbf{O_1A}$ che, ruotando con $\omega = \mathbf{10\ rad\ s^{-1}}$, muove un telaio di massa $\mathbf{M = 10\ kg}$.

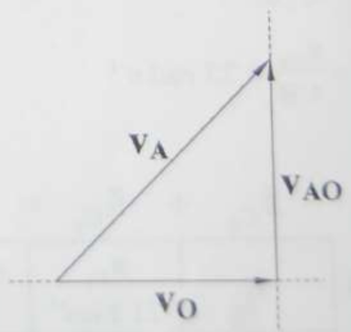
Questo aziona un manovellismo alla cui manovella è collegata, in **D**, la massa $\mathbf{m = 5\ kg}$. Valutare il valore del momento motore $\mathbf{M_m}$ per le condizioni date.

$\mathbf{DO_2 = O_2B = BC = O_1A = .3\ m}$



Terna relativa traslante di centro **O** (rigidamente collegata al telaio)

	$\vec{v}_A$ =	$\vec{v}_O$ +	$\vec{v}_{AO}$
Mod.	$\omega\, O_1A$ $3\ ms^{-1}$	?	?
Dir.	$\perp O_1A$	$// O_1C$	$// OA$

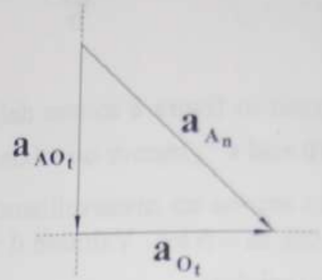


$v_O = v_{AO} = 2.1\ m\, s^{-1}$

$$\vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} = \vec{a}_{O_n} + \vec{a}_{O_t} + \vec{a}_{AO_n} + \vec{a}_{AO_t}$$

	$\vec{a}_{A_n}$	$\vec{a}_{A_t}$	$\vec{a}_{O_n}$	$\vec{a}_{O_t}$	$\vec{a}_{AO_n}$	$\vec{a}_{AO_t}$
Mod.	$\omega^2 O_1A$ **30 ms^{-2}**	**0**	**0**	?	**0**	?
Dir.	$//O_1A$			$//O_1C$		$//AO$

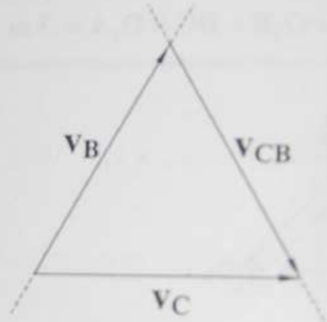
$a_{O_t} = a_{AO_t} = \mathbf{21.2\ m\,s^{-2}}$



Terna relativa traslante centrata in **B**

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$$

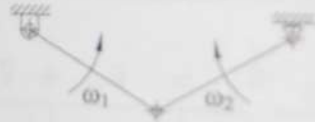
	$\vec{v}_C$	$\vec{v}_B$	$\vec{v}_{CB}$
Mod.	v_O **2.1 ms^{-1}**	$\omega_1 O_2B$?	$\omega_2 CB$?
Dir.	$//O_2C$	$\perp O_2B$	$\perp BC$



$v_O = v_C = v_B = v_{CB}$

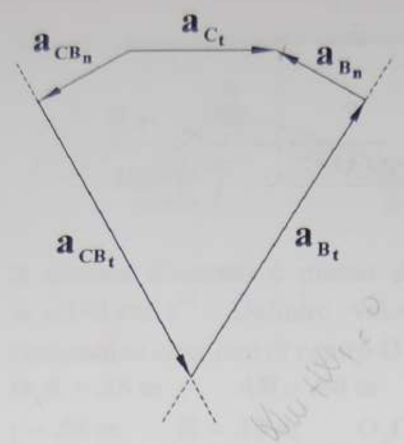
$\omega_1 = \frac{v_B}{O_2B} = \mathbf{7.1\ rad\ s^{-1}}$

$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{CB} = \mathbf{7.1\ rad\ s^{-1}}$



$$\vec{a}_{C_n} + \vec{a}_{C_t} = \vec{a}_{B_n} + \vec{a}_{B_t} + \vec{a}_{CB_n} + \vec{a}_{CB_t}$$

	$\vec{a}_{C_n}$	$\vec{a}_{C_t}$	$\vec{a}_{B_n}$	$\vec{a}_{B_t}$	$\vec{a}_{CB_n}$	$\vec{a}_{CB_t}$
Mod.	0	a_{O_t} 21.2 ms^{-2}	$\omega_1^2 O_2B$ 15 ms^{-2}	$\dot{\omega}_1 O_2B$?	$\omega_2^2 CB$ 15 ms^{-2}	$\dot{\omega}_2 CB$?
Dir.		$//O_2C$	$//O_2B$	$\perp O_2B$	$//CB$	$\perp CB$



$$a_{B_t} = 47 \ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{a_{B_t}}{O_2B} = 157 \ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

Applicando la : $\mathbf{W_m + W_r + W_p = {}^{dE}\!/_{dt} = -W_i}$

dove :

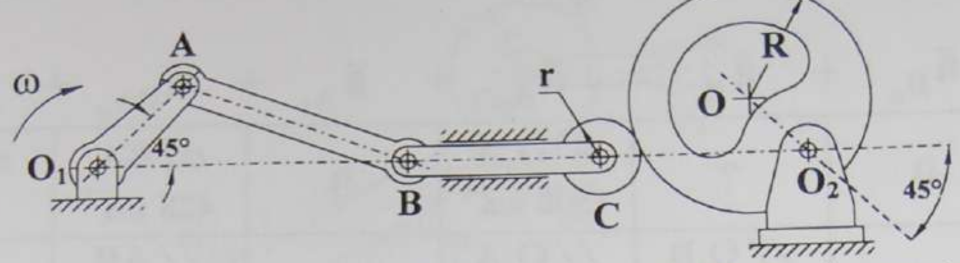
$$\mathbf{W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m + m\,\vec{g} \times \vec{v}_D} \qquad \mathbf{v_D = v_B}$$

$$\mathbf{-W_i = m \cdot \vec{a}_D \times \vec{v}_D + M \cdot \vec{a}_O \times \vec{v}_O}$$

Si ottiene :

$$\mathbf{M_m\ \omega_m + m\,g\,v_D - m\,a_{D_t}\,v_D - M\,a_O\,v_O = 0} \qquad \mathbf{a_{D_t} = a_{B_t}}$$

$$\mathbf{M_m = 83.6\ Nm}$$



Il sistema illustrato è mosso dalla manovella $\mathbf{O_1A}$ che ruota con $\omega = \mathbf{100\ rad\ s^{-1}}$. Definire velocità ed accelerazioni angolari per l'eccentrico circolare di centro **O** e raggio **R** (incernierato in $\mathbf{O_2}$).

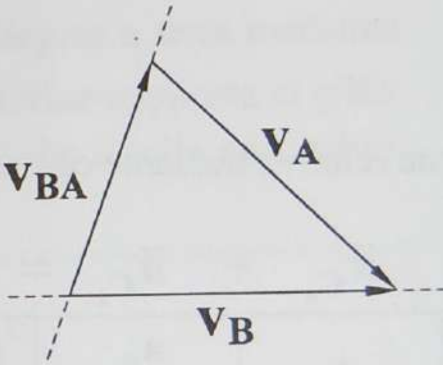
$\mathbf{O_1A = .15\ m}$ $\mathbf{AB = .30\ m}$

$\mathbf{r = .05\ m}$ $\mathbf{R = .15\ m}$ $\mathbf{O_2O = .10\ m}$

Terna relativa traslante centrata in **A**

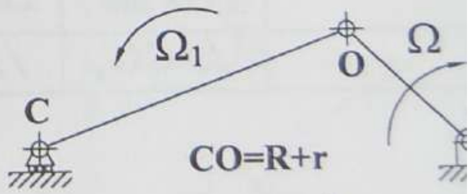
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Mod.	?	$\omega\, O_1A$ $15\ ms^{-1}$	$\omega_1 BA$?
Dir.	$//O_1B$	$\perp O_1A$	$\perp AB$



$v_B = 14.61\ m\,s^{-1}$ $v_{BA} = 11.34\ m\,s^{-1}$

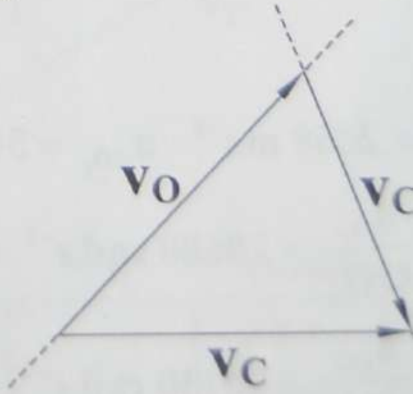
$$\omega_1 = \frac{v_{BA}}{BA} = 37.80\ rad\ s^{-1}$$



Terna relativa traslante centrata in **O**

$$\vec{v}_C = \vec{v}_O + \vec{v}_{CO}$$

Mod.	v_B $14.6\ ms^{-1}$	ΩO_2O ?	$\Omega_1 CO$?
Dir.	$//CO_2$	$\perp O_2O$	$\perp CO$



$v_O = 15\ m\,s^{-1}$ $v_{CO} = 11.34\ m\,s^{-1}$

$$\Omega = \frac{v_O}{OO_2} = 150\ rad\ s^{-1} \qquad \Omega_1 = \frac{v_{CO}}{CO} = 56.69\ rad\ s^{-1}$$

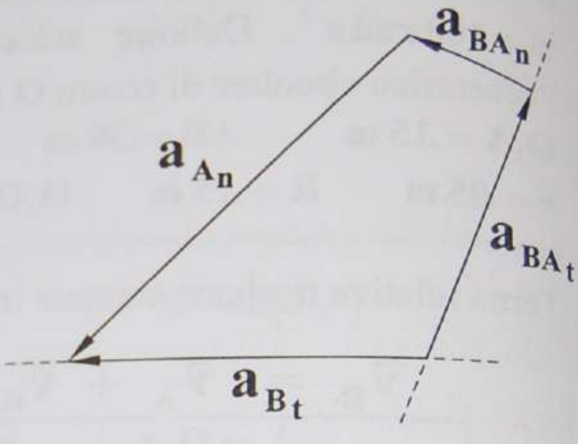
Terna relativa traslante centrata in **A**

$$\vec{a}_{B_n} + \vec{a}_{B_t} = \vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} + \vec{a}_{BA_n} + \vec{a}_{BA_t}$$

	$\vec{a}_{B_n}$	$\vec{a}_{B_t}$	$\vec{a}_{A_n}$	$\vec{a}_{A_t}$	$\vec{a}_{BA_n}$	$\vec{a}_{BA_t}$
Mod.	0	?	$\omega^2 O_1A$ 1500 ms^{-2}	0	$\omega_1^2 BA$ 428 ms^{-2}	$\dot{\omega}_1 BA$?
Dir.		$//O_1B$	$//O_1A$		$//AB$	$\perp AB$

$a_{B_t} = 1118\ m\,s^{-2}$ $a_{BA_t} = 972\ m\,s^{-2}$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{a_{BA_t}}{BA} = 3240\ rad\ s^{-2}$$



Terna relativa traslante centrata in **O**

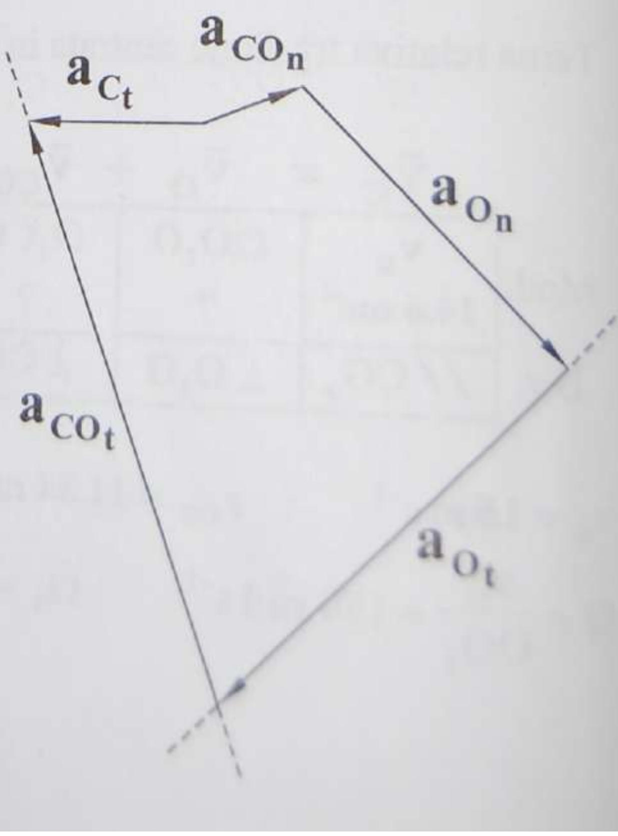
$$\vec{a}_{C_n} + \vec{a}_{C_t} = \vec{a}_{O_n} + \vec{a}_{O_t} + \vec{a}_{CO_n} + \vec{a}_{CO_t}$$

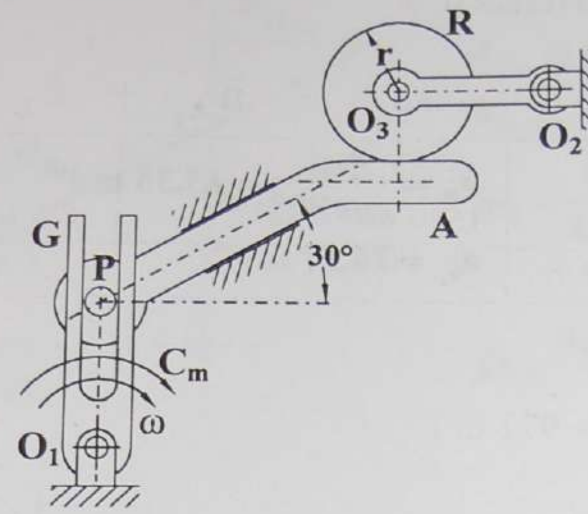
	$\vec{a}_{C_n}$	$\vec{a}_{C_t}$	$\vec{a}_{O_n}$	$\vec{a}_{O_t}$	$\vec{a}_{CO_n}$	$\vec{a}_{CO_t}$
Mod.	0	a_{B_t} 1118 ms^{-2}	$\Omega^2 OO_2$ 2250 ms^{-2}	$\dot{\Omega} OO_2$?	$\Omega_1^2 CO$ 643 ms^{-2}	$\dot{\Omega}_1 CO$?
Dir.		$//CO_2$	$//OO_2$	$\perp OO_2$	$//CO$	$\perp CO$

$a_{O_t} = 2868\ m\,s^{-2}$ $a_{CO_t} = 3626\ m\,s^{-2}$

$$\dot{\Omega} = \frac{a_{O_t}}{OO_2} = 28680\ rad\ s^{-2}$$

$$\dot{\Omega}_1 = \frac{a_{CO_t}}{CO} = 18130\ rad\ s^{-2}$$





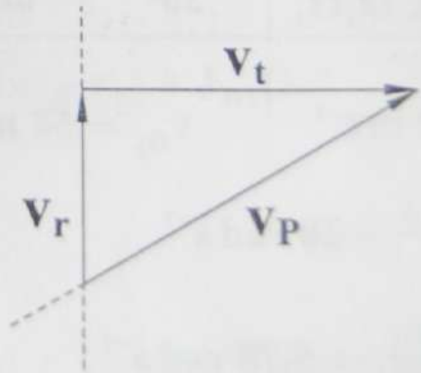
Nel piano verticale il glifo **G**, ruotando con velocità angolare $\omega = \mathbf{10\ rad s^{-1}}$, muove l'asta **A** $(\mathbf{m = 1\ kg})$ che a sua volta aziona il rullo omogeneo **R** $(\mathbf{M = .5\ kg} \quad \mathbf{r = .05\ m})$ collegato a terra mediante l'asta $\mathbf{O_3O_2}$. Definire il valore della coppia motrice applicata al glifo. Per un coefficiente di aderenza $\mathbf{f = .8}$ verificare che il rullo non strisci.

$\mathbf{O_1P = .1\ m} \qquad \mathbf{O_3O_2 = .1\ m}$

Terna relativa centrata in $\mathbf{O_1}$ ruotante col glifo **G**

$$\vec{v}_P = \vec{v}_r + \vec{v}_t$$

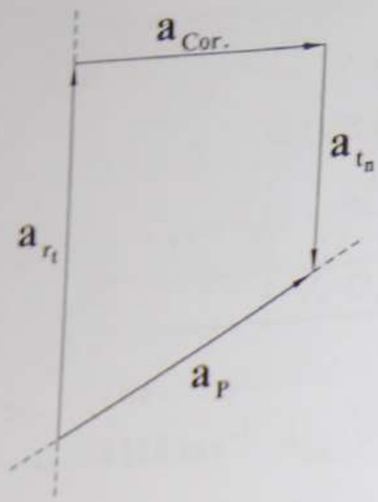
	$\vec{v}_P$	$\vec{v}_r$	$\vec{v}_t$
Mod.	?	?	$\omega\, O_1P$ $1\ ms^{-1}$
Dir.	30°	$//O_1P$	$\perp O_1P$



$v_P = 1.15\ m\ s^{-1} \qquad v_r = .58\ m\ s^{-1}$

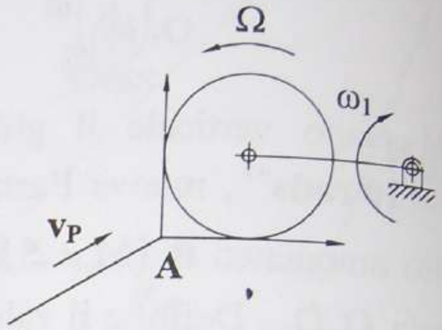
$$\vec{a}_P = \vec{a}_{r_n} + \vec{a}_{r_t} + \vec{a}_{t_n} + \vec{a}_{t_t} + \vec{a}_{Coriolis}$$

	$\vec{a}_P$	$\vec{a}_{r_n}$	$\vec{a}_{r_t}$	$\vec{a}_{t_n}$	$\vec{a}_{t_t}$	$\vec{a}_{Coriolis}$
Mod.	?	0	?	$\omega^2 O_1P$ $10\ ms^{-2}$	0	$2\omega v_r$ $11.5\ ms^{-2}$
Dir.	30°		$//O_1P$	$//O_1P$		$\perp O_1P$



$$a_P = \frac{a_{Cor.}}{\cos 30°} = 13.33\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

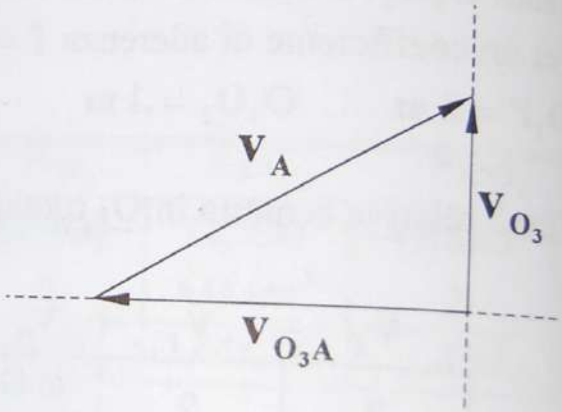
$$a_{r_t} = 16.67\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$



Terna traslante rigidamente collegata all'asta **A**

$$\vec{v}_{O_3} = \vec{v}_A + \vec{v}_{O_3A}$$

Mod.	$\omega_1 O_2O_3$?	v_P 1.15 ms^{-1}	Ωr ?
Dir.	$\perp O_2O_3$	30°	orizz.



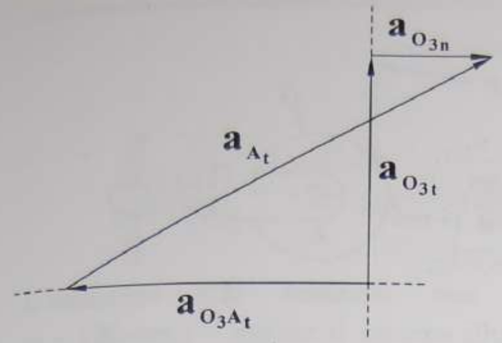
$v_{O_3A} = 1\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ $\qquad v_{O_3} = .58\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

$$\Omega = \frac{v_{O_3A}}{r} = 20\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

$$\omega_1 = \frac{v_{O_3}}{O_2O_3} = 5.78\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

$$\vec{a}_{O_{3n}} + \vec{a}_{O_{3t}} = \vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} + \vec{a}_{O_3A_n} + \vec{a}_{O_3A_t}$$

Mod.	$\omega_1^2 O_2O_3$ 3.33 ms^{-2}	$\dot{\omega}_1 O_2O_3$?	0	a_P 13.33 ms^{-2}	0	$\dot{\Omega} r$?
Dir.	$//O_2O_3$	$\perp O_2O_3$		30°		orizz.



$a_{O_{3t}} = 6.66\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

$a_{O_3A_t} = 8.21\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{a_{O_{3t}}}{O_2O_3} = 66.66\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

$$\dot{\Omega} = \frac{a_{O_3A_t}}{r} = 164.27\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

Applicando la : $W_m + W_r + W_p = {}^{dE}\!/_{dt} = -W_i$

dove :

$$W_m = \vec{C}_m \times \vec{\omega}$$

$$W_r = m\vec{g} \times \vec{v}_P + M\vec{g} \times v_{O3}$$ apposto al m.t

$$-W_i = m \cdot \vec{a}_P \times \vec{v}_P + M \cdot \vec{a}_{O3} \times \vec{v}_{O3} + J_{O3} \cdot \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{\Omega}$$

Si ottiene :

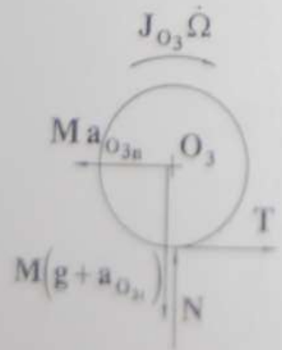
$$C_m\,\omega - m\,g\,v_P\,cos\,60° - M\,g\,v_{O3} - m\,a_P v_P - M\,a_{O3_t} v_{O3} +$$

$$-J_{O3}\dot{\Omega}\Omega = 0$$

$$C_m\omega = m\,g\,v_P\,cos\,60° + M\,g\,v_{O3} + m\,a_P v_P + M\,a_{O3_t} v_{O3} + J_{O3}\dot{\Omega}\Omega$$

$$J_{O3} = \frac{1}{2}M\,r^2 = 6.25 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg\,m^2}$$

$C_m = 2.78\ \mathrm{N\,m}$



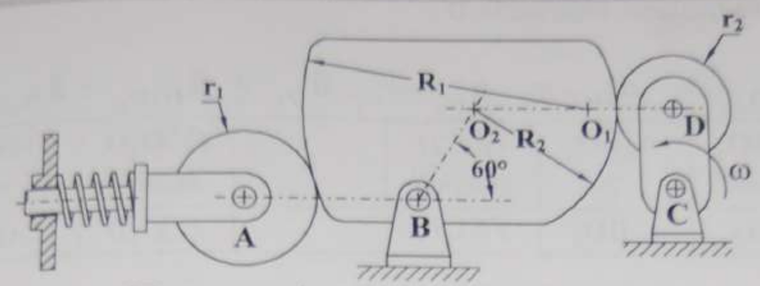
$$\sum M_{O_3} = 0$$

$$T = \frac{J_{O_3}\dot{\Omega}}{r} = 2.05\ \mathrm{N}$$

$$N = M\left(g + a_{O_{3t}}\right) = 8.23\ \mathrm{N}$$

$$\frac{T}{N} = .25 \qquad f = .8$$

E' assicurata l'aderenza.

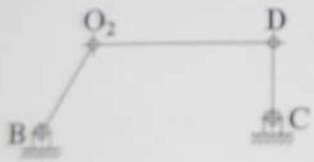


L'elemento **CD** ruotando con velocità angolare costante $\omega = \mathbf{100\ rad\ s^{-1}}$ muove il sistema illustrato comprimendo una molla ($\mathbf{k = 2.5\ N\ mm^{-1}}$) la cui lunghezza attuale è l'**80%** di quella iniziale pari a **60 mm** . Valutare la coppia motore in **C**.

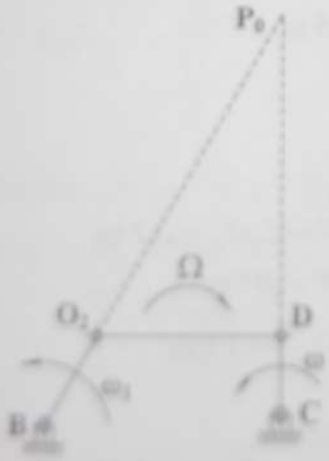
$\mathbf{R_1 = 200\ mm}$	$\mathbf{R_2 = 100\ mm}$	$\mathbf{r_1 = 50\ mm}$	$\mathbf{r_2 = 40\ mm}$
$\mathbf{BO_2 = 80\ mm}$	$\mathbf{O_1O_2 = 80\ mm}$	$\mathbf{CD = 60\ mm}$	$\mathbf{J_B = .0005\ kg\ m^2}$

Lo studio cinematico si avvale di un quadrilatero e di un manovellismo cinematicamente equivalenti.

Quadrilatero equivalente :



$$O_2D = R_2 + r_2 = .14\ m$$



$$P_0O_2 = \frac{O_2D}{\cos 60°} = .28\ m$$

$$P_0D = O_2D \tan 60° = .24\ m$$

$$v_D = \omega\, CD = \Omega P_0 D = 6\ m\ s^{-1}$$

$$\Omega = \frac{v_D}{P_0D} = 24.74\ rad\ s^{-1}$$

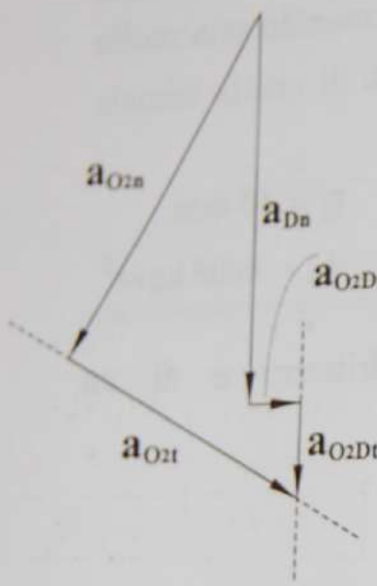
$$v_{O_2} = \Omega P_0 O_2 = 6.93\ rad\ s^{-1}$$

$$\omega_1 = \frac{v_{O_2}}{BO_2} = 86.60\ rad\ s^{-1}$$

Terna relativa traslante centrata in **D**

$$\vec{a}_{O_{2n}} + \vec{a}_{O_{2t}} = \vec{a}_{D_n} + \vec{a}_{D_t} + \vec{a}_{O_2D_n} + \vec{a}_{O_2D_t}$$

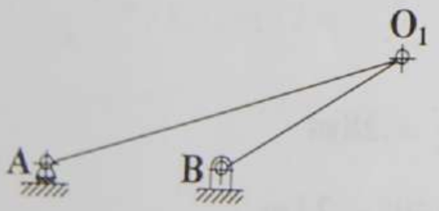
Mod.	$\omega_1^2 BO_2$ $600\ ms^{-2}$	$\dot{\omega}_1 BO_2$?	$\omega^2 CD$ $600\ ms^{-2}$	**0**	$\Omega^2 O_2D$ $86\ ms^{-2}$	$\dot{\Omega} O_2D$?
Dir.	$//BO_2$	$\perp BO_2$	$//CD$		$//O_2D$	$\perp O_2D$



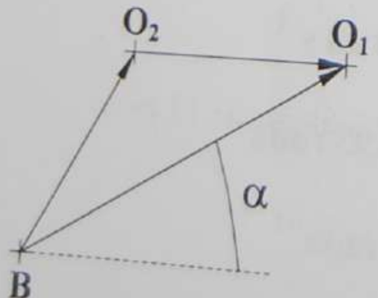
$$\dot{\Omega} = \frac{a_{O_2D_t}}{O_2D} = 1016\ \mathrm{rad\ s^{-2}}$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{a_{O_{2t}}}{BO_2} = 5567\ \mathrm{rad\ s^{-2}}$$

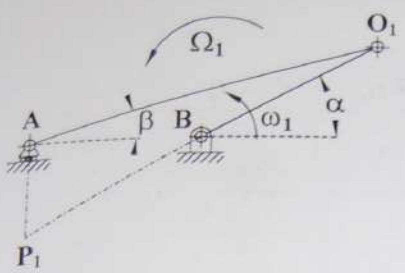
Manovellismo equivalente :



$$AO_1 = R_1 + r_1 = .25\ m$$



$$\vec{BO_1} = \vec{BO_2} + \vec{O_2O_1}$$
$$BO_{1x} = BO_2 \cos 60° + O_2O_1 = .12\ m$$
$$BO_{1y} = BO_2\, sen 60° = .07\ m$$
$$BO_1 = \sqrt{BO_{1x} + BO_{1y}} = .14\ m$$
$$\alpha = \tan^{-1}\frac{BO_{1y}}{BO_{1x}} = 30°$$



$$\beta = sen^{-1}\frac{BO_1\, sen\,\alpha}{AO_1} = 16.09°$$

$$AB = AO_1 \cos\beta - BO_1 \cos\alpha = .12\,m$$

$$P_1B = \frac{AB}{\cos\alpha} = .14\,m$$

$$P_1O_1 = P_1B + BO_1 = .28\,m$$

$$P_1A = P_1O_1\, sen\,\alpha - AO_1\, sen\,\beta = .07\,m$$

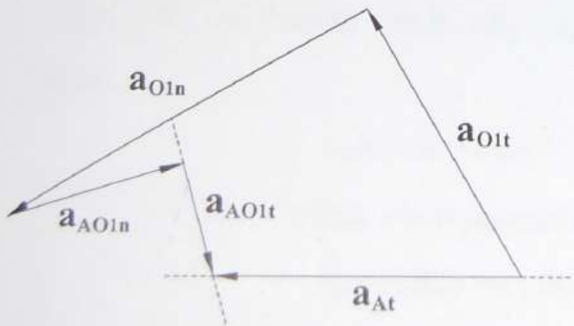
$$v_{O_1} = \omega_1 BO_1 = P_1O_1\,\Omega_1 = 12\,m\,s^{-1} \qquad \Omega_1 = \frac{v_{O_1}}{P_1O_1} = 43.26\,rad\,s^{-1}$$

$$v_A = P_1A\,\Omega_1 = 3.00\,m\,s^{-1} \longleftarrow$$

Terna relativa traslante centrata in O_1

$$\vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{A_t} = \vec{a}_{O_{1n}} + \vec{a}_{O_{1t}} + \vec{a}_{AO_{1n}} + \vec{a}_{AO_{1t}}$$

Mod.	0	?	$\omega_1^2 BO_1$ 1039 ms^{-2}	$\dot{\omega}_1 BO_1$ 771 ms^{-2}	$\Omega_1^2 AO_1$ 468 ms^{-2}	$\dot{\Omega}_1 AO_1$?
Dir.		orizz.	$//\,BO_1$	$\perp BO_1$	$//\,AO_1$	$\perp AO_1$



$$\dot{\Omega}_1 = \frac{a_{AO_{1t}}}{AO_1} = 1158\,rad\,s^{-2}$$

$$a_{A_t} = 756\,m\,s^{-2}$$

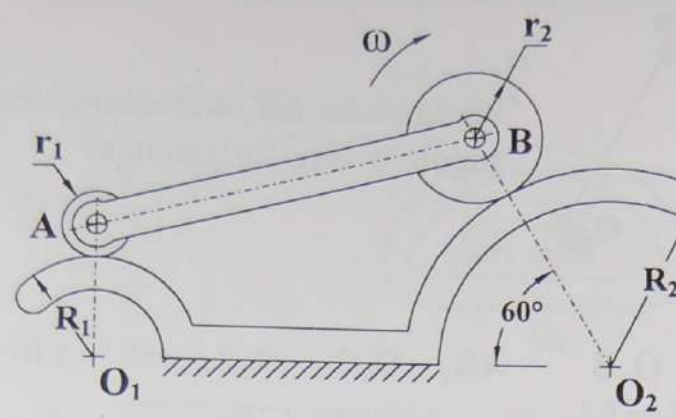
Applicando la : $W_m + W_r + W_p = {dE}/{dt} = -W_i$

dove : $W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}$

$W_r = \vec{F}_{molla} \times \vec{v}_A \qquad F_{molla} = k\,\Delta x \qquad \Delta x = 20\%\,60\,mm = 12\,mm$

$-W_i = J_B \cdot \dot{\vec{\omega}}_1 \times \vec{\omega}_1$

Si ottiene : $M_m = \dfrac{F_{molla}\,v_A - J_B\dot{\omega}_1\omega_1}{\omega} = 6.4\,Nm$



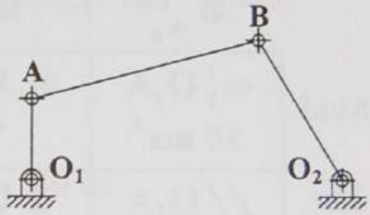
devo collegare A e B, quindi c'è indiff che ci sia questo "semi" cerchio o una cerniera!

Data la velocità angolare $\omega = \mathbf{10\ rad\ s^{-1}}$ della rotella di centro **B** valutare velocità e accelerazione angolari $(\omega_A, \dot{\omega}_A)$ della rotella di centro **A**. Per le rotelle sono assicurati contatto e assenza di strisciamento.

$\mathbf{R_1 = .30\ m}$ $\mathbf{R_2 = .60\ m}$ $\mathbf{r_1 = .10\ m}$ $\mathbf{r_2 = .20\ m}$

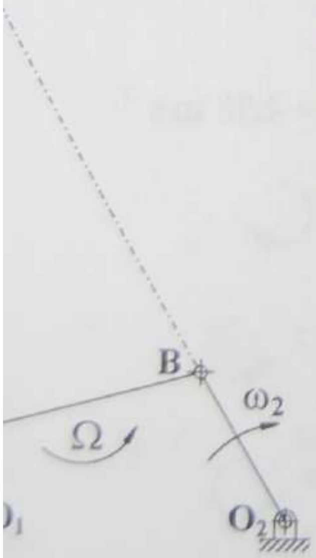
$\mathbf{O_1O_2 = 1.50\ m}$

Per la definizione di $\mathbf{v_A}$ ed $\mathbf{a_A}$ utilizziamo lo schema cinematico di un quadrilatero equivalente.



$\mathbf{O_1A = R_1 + r_1 = .40\ m}$ $\mathbf{O_2B = R_2 + r_2 = .80\ m}$

(c.i.r.)



$$\mathbf{v_B = \omega\, r_2 = 2\ m\,s^{-1}} \qquad \mathbf{P_0B = \frac{O_1O_2}{\mathit{cos}\,60°} - O_2B = 2.20\ m}$$

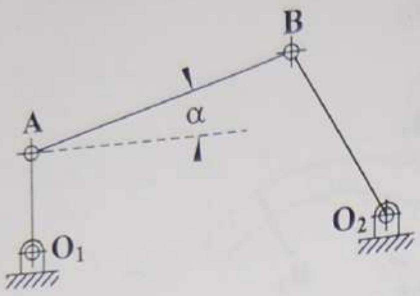
$$\mathbf{P_0A = O_1O_2\ \mathit{tan}\,60° - O_1A = 2.20\ m}$$

$$\mathbf{v_B = P_0B\ \Omega = \omega_2\ O_2B = 2\ m\,s^{-1}}$$

$$\mathbf{\Omega = \frac{v_B}{P_0B} = .91\ rad\ s^{-1}} \qquad \mathbf{\omega_2 = \frac{v_B}{O_2B} = 2.50\ rad\ s^{-1}}$$

$$\mathbf{v_A = P_0A\ \Omega = 2.00\ m\,s^{-1}} \qquad \mathbf{\omega_1 = \frac{v_A}{O_1A} = 5\ rad\ s^{-1}}$$

$$\mathbf{\omega_A = \frac{v_A}{r_1} = 20\ rad\ s^{-1}}$$



Per la biella **AB**, definiamo lunghezza e angolo α con l'orizzontale:

$$\vec{O_1A} + \vec{AB} = \vec{O_1O_2} + \vec{O_2B} \qquad AB_x = O_1O_2 - O_2B\cos 60° = 1.10 \text{ m}$$

$$AB_y = -O_1A + O_2B\,sen\,60° = .29 \text{ m} \qquad AB = \sqrt{AB_x^2 + AB_y^2} = 1.14 \text{ m}$$

$$tan^{-1}\alpha = \frac{AB_y}{AB_x} = 14.9°$$

Terna relativa traslante centrata in **B**

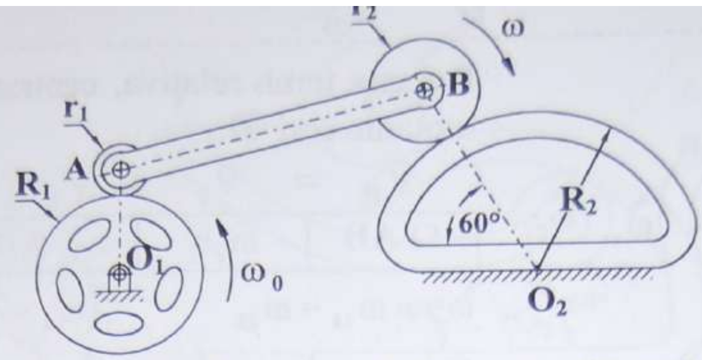
	$\vec{a}_{A_n}$ +	$\vec{a}_{A_t}$ =	$\vec{a}_{B_n}$ +	$\vec{a}_{B_t}$ +	$\vec{a}_{AB_n}$ +	$\vec{a}_{AB_t}$
Mod.	$\omega_1^2 O_1A$ 10 ms^{-2}	$\dot{\omega}_1 O_1A$?	$\omega_2^2 O_2B$ 5 ms^{-2}	0	$\Omega^2 AB$ .94 ms^{-2}	$\dot{\Omega} AB$?
Dir.	$//O_1A$	$\perp O_1A$	$//O_2A$		$//AB$	$\perp AB$

$$a_{AB_t} = 6.12 \text{ m s}^{-2} \qquad a_{A_t} = 4.98 \text{ m s}^{-2}$$

$$\dot{\Omega} = \frac{a_{AB_t}}{AB} = 5.37 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\dot{\omega}_1 = \frac{a_{A_t}}{O_1A} = 12.45 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\dot{\omega}_A = \frac{a_{A_t}}{r_1} = 49.82 \text{ rad s}^{-2}$$

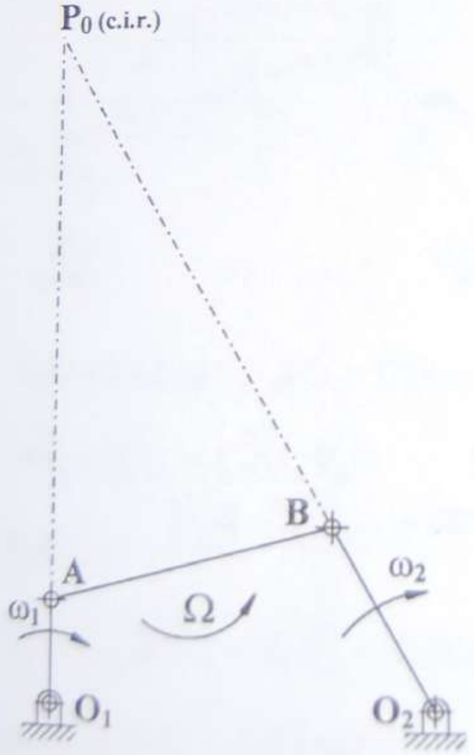


Sono date le velocità angolari $\omega = \mathbf{10\ rad\ s^{-1}}$ (cost.) e $\omega_0 = \mathbf{15\ rad\ s^{-1}}$, relative alle ruote di centro **B** e **O₁**.
Valutare la velocità angolare (ω_A) della rotella di centro A. Sono assicurati contatto e assenza di strisciamento.

$\mathbf{R_1 = .30\ m} \quad \mathbf{R_2 = .60\ m} \quad \mathbf{r_1 = .10\ m} \quad \mathbf{r_2 = .20\ m}$

$\mathbf{O_1O_2 = 1.50\ m}$

La prima parte è quella dell'esercizio precedente dal quale riprendiamo i risultati utili.



$$\mathbf{O_1A = R_1 + r_1 = .40\ m}$$

$$\mathbf{O_2B = R_2 + r_2 = .80\ m}$$

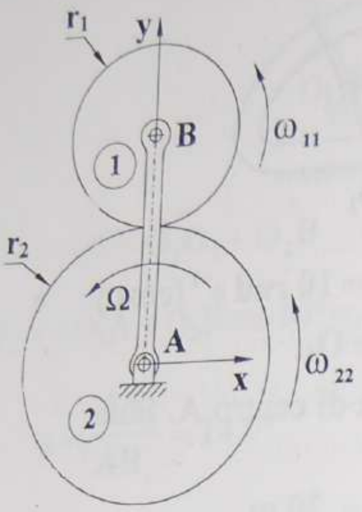
$$\mathbf{v_B = \omega\, r_2 = 2\ m\, s^{-1}}$$

$$\Omega = \frac{\mathbf{v_B}}{\mathbf{P_0B}} = \mathbf{.91\ rad\ s^{-1}}$$

$$\omega_2 = \frac{\mathbf{v_B}}{\mathbf{O_2B}} = \mathbf{2.50\ rad\ s^{-1}}$$

$$\omega_1 = \frac{\mathbf{v_A}}{\mathbf{O_1A}} = \mathbf{5\ rad\ s^{-1}}$$

Definiamo ω_A, utilizzando uno schema più generale:



Per una terna relativa, centrata in A e ruotante con ②

$\vec{V}_B$ =	$\vec{V}_r$ +	$\vec{V}_t$
$\Omega\,AB$	$\omega_r r_1$	$\omega_{22}\,AB$

$$\omega_r = \omega_{11} - \omega_{22} \qquad \left(\overline{\omega}_a = \overline{\omega}_r + \overline{\omega}_t\right)$$

$$\Omega\left(r_1 + r_2\right) = \omega_{22}\left(r_1 + r_2\right) + \left(\omega_{11} - \omega_{22}\right) r_1$$

$$\Omega\left(r_1 + r_2\right) = \omega_{22}\, r_2 + \omega_{11}\, r_1$$

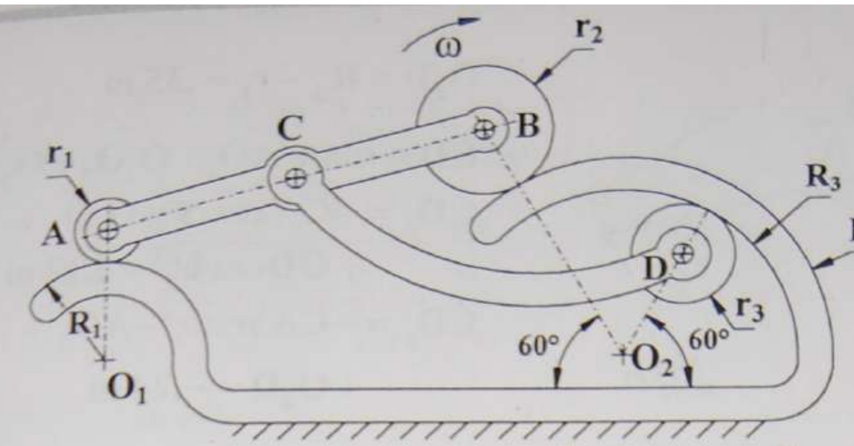
Da cui : $\omega_{11} = \dfrac{\Omega\left(r_1 + r_2\right) - \omega_{22}\, r_2}{r_1}$

deducibile anche dalla formula di WILLIS : $\dfrac{\omega_{22} - \Omega}{\omega_{11} - \Omega} = \tau = -\dfrac{r_1}{r_2}$

utilizzata per i ruotismi epicicloidali.

Nel caso in esame : $\omega_{11} = \omega_A$; $\omega_{22} = \omega_0$; $\Omega = -\omega_1$; $r_2 = R_1$

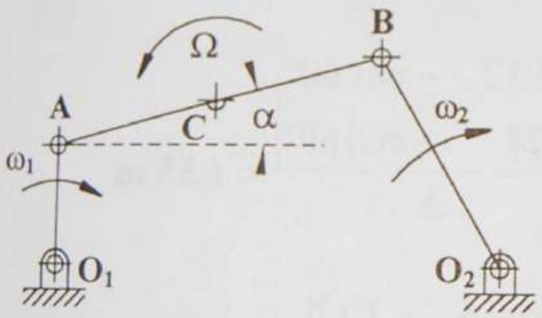
$$\omega_A = \frac{-\omega_1\left(r_1 + R_1\right) - \omega_0\, R_1}{r_1} = \mathbf{18.63\ rad\ s^{-1}}$$

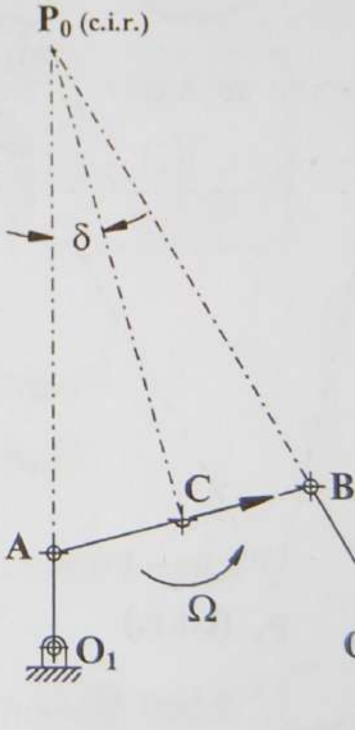


Data la velocità angolare $\omega = \mathbf{10\ rad\ s^{-1}}$ della rotella di centro **I** valutare velocità e accelerazione angolare $(\omega_D, \dot{\omega}_D)$ della rotella d centro **D**. Per le rotelle sono assicurati il contatto e l'assenza d strisciamento.

$\mathbf{R_1 = .30\ m}$	$\mathbf{R_2 = .60\ m}$	$\mathbf{R_3 = .50\ m}$	$\mathbf{O_1O_2 = 1.50\ m}$
$\mathbf{r_1 = .10\ m}$	$\mathbf{r_2 = .20\ m}$	$\mathbf{r_3 = .15\ m}$	$\mathbf{AC = CB}$

La prima parte è quella dell'esercizio precedente. Riprendiamo i risultati utili.





$\mathbf{AB = 1.14\ m}$ $\mathbf{AC = CB = .57\ m}$ $\alpha = \mathbf{14.9°}$

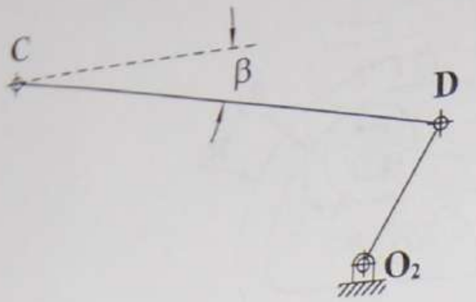
$$\vec{AP_0} + \vec{P_0C} = \vec{CP_0} + \vec{P_0B} \qquad 2 \cdot \vec{P_0C} = \vec{P_0A} + \vec{P_0B}$$

$$P_0C_y = -\frac{P_0A + BP_0\ sen 60°}{2} = -2.05\ m \qquad P_0C_x = \frac{P_0B\ cos 60°}{2} = .55\ m$$

$$P_0C = \sqrt{P_0C_x^2 + P_0C_x^2} = 2.12\ m \qquad \Omega = .91\ rad\ s^{-1}$$

$$v_C = P_0C\ \Omega = 1.93\ m\ s^{-1} \qquad \delta = tan^{-1}\frac{P_0C_x}{P_0C_y} = 15°$$

Per la definizione di $\mathbf{v}_D$ ed $\mathbf{a}_D$ utilizziamo un manovellismo equivalente.



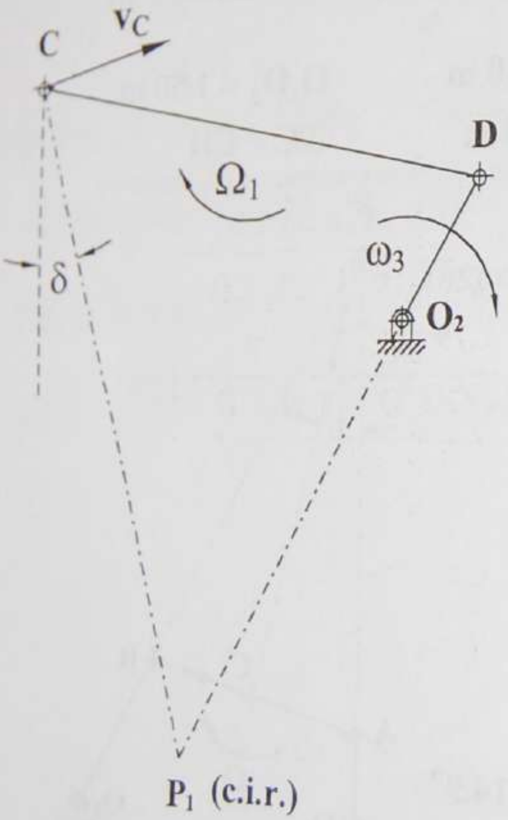
$$O_2D = R_3 - r_3 = .35\ \mathrm{m}$$

$$\vec{CD} = \vec{CA} + \vec{AO_1} + \vec{O_1O_2} + \vec{O_2D}$$

$$CD_x = -CA\cos\alpha° + O_1O_2 + OD\cos 60° = 1.12\ \mathrm{m}$$

$$CD_y = -CA\,sen\,\alpha° - AO_1 + O_2D = -.24\ \mathrm{m}$$

$$CD = \sqrt{CD_x^2 + CD_x^2} = 1.15\ \mathrm{m} \qquad tan^{-1}\beta = \frac{CD_y}{CD_x} = 12.2°$$



$$\vec{P_1C} - \vec{P_1D} = \vec{DC}$$

$$-P_1C\,sen\,\delta - P_1D\cos 60° = DC_x$$

$$P_1C\cos\delta - P_1D\,sen\,60° = DC_y$$

$$A = \begin{vmatrix} -sen\,\delta & -\cos 60° \\ \cos\delta & -sen\,60° \end{vmatrix} = .71$$

$$P_1C = \frac{\begin{vmatrix} -1.12 & -\cos 60° \\ .24 & -sen\,60° \end{vmatrix}}{A} = 1.55\ \mathrm{m}$$

$$P_1D = \frac{\begin{vmatrix} -sen\,\delta & -1.12 \\ \cos\delta & .24 \end{vmatrix}}{A} = 1.45\ \mathrm{m}$$

$$v_C = P_0C\,\Omega = 1.93\ \mathrm{m\,s^{-1}} = P_1C\,\Omega_1$$

$$v_D = P_1D\,\Omega_1 = 1.80\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\Omega_1 = \frac{v_C}{P_1C} = 1.25\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

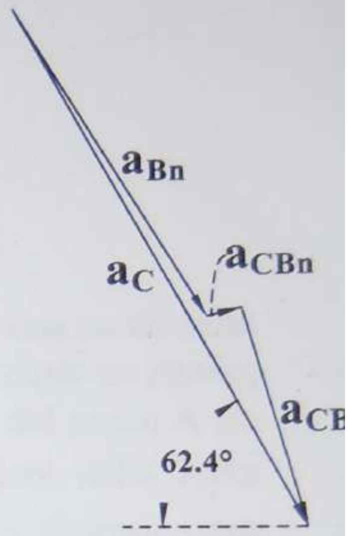
$$\omega_D = \frac{v_D}{r_3} = 12.02\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

$$\omega_3 = \frac{v_D}{O_2D} = 5.15\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

Terna relativa traslante centrata in **B**

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB_n} + \vec{a}_{CB_t}$$

	$\vec{a}_C$	$\vec{a}_B$	$\vec{a}_{CB_n}$	$\vec{a}_{CB_t}$
Mod.	?	$\omega_2^2 O_2B$ $5\ ms^{-2}$	$\Omega^2\ CB$ $.47\ ms^{-2}$	$\dot{\Omega}\ CB$ $3.06 ms^{-2}$
Dir.	?	$// O_2A$	$// AB$	$\perp AB$



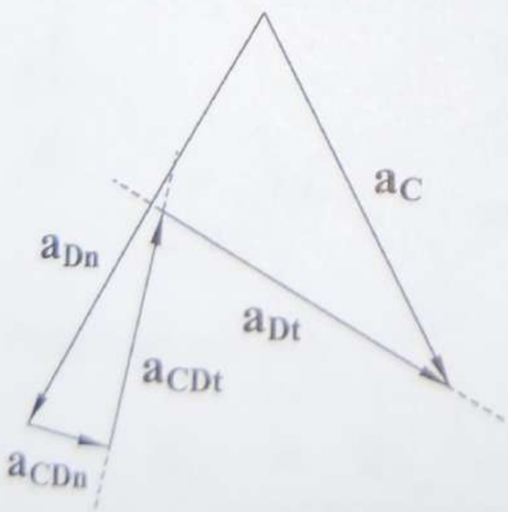
$$\dot{\Omega} = \frac{a_{AB_t}}{AB} = 5.37\ \mathrm{rad\ s^{-2}}$$

$$a_C = 8.08\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

Terna relativa traslante centrata in **D**

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{D_n} + \vec{a}_{D_t} + \vec{a}_{CD_n} + \vec{a}_{CD_t}$$

	$\vec{a}_C$	$\vec{a}_{D_n}$	$\vec{a}_{D_t}$	$\vec{a}_{CD_n}$	$\vec{a}_{CD_t}$
Mod.	$8.08\ ms^{-2}$	$\omega_3^2 O_2D$ $9.29\ ms^{-2}$	$\dot{\omega}_3 O_2D$?	$\Omega_1^2\ CD$ $1.79\ ms^{-2}$	$\dot{\Omega}_1\ CD$?
Dir.		$// O_2D$	$\perp O_2D$	$// CD$	$\perp CD$

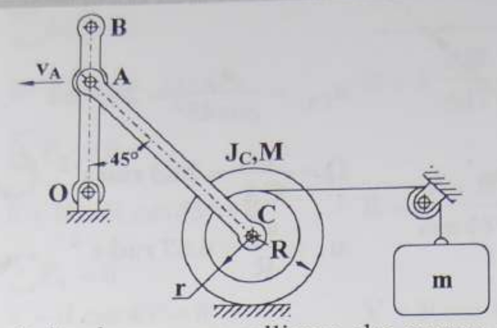


$$a_{CD_t} = 4.64\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$a_{D_t} = 6.54\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{a_{D_t}}{O_2D} = 18.68\ \mathrm{rad\ s^{-2}}$$

$$\dot{\omega}_D = \frac{a_{D_t}}{r_3} = 43.59\ \mathrm{rad\ s^{-2}}$$

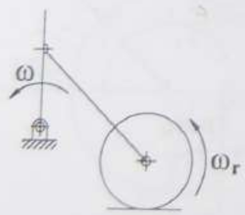


Il sistema è costituito da un manovellismo che muove una ruota sulla quale, con la modalità illustrata, si avvolge un filo che, dopo un rinvio, solleva una massa. Nell'ipotesi che la velocità costante del punto **A** sia $\mathbf{v_A = 1\,m\,s^{-1}}$ e che la ruota non strisci, definire il valore della forza orizzontale **F** che, applicata in **B**, assicuri l'equilibrio dinamico per l'istante considerato. Valutare poi le reazioni con il terreno dell'asta **OB** e della ruota.

$\mathbf{OA = .50\,m}$ $\mathbf{AB = .25\,m}$ $\mathbf{AC = 1\,m}$ $\mathbf{r = .20\,m}$

$\mathbf{R = .30\,m}$ $\mathbf{J_C = 1\,kg\,m^2}$ $\mathbf{m = 10\,kg}$ $\mathbf{M = 20\,kg}$

L'asta **AC** trasla, c.i.r. all'infinito, $\mathbf{\Omega = 0}$



$$\omega = \frac{\mathbf{v_A}}{\mathbf{OA}} = \mathbf{2\,rad\,s^{-1}}$$

$$\mathbf{v_B} = \omega\,\mathbf{OB = 1.5\,m\,s^{-1}}$$

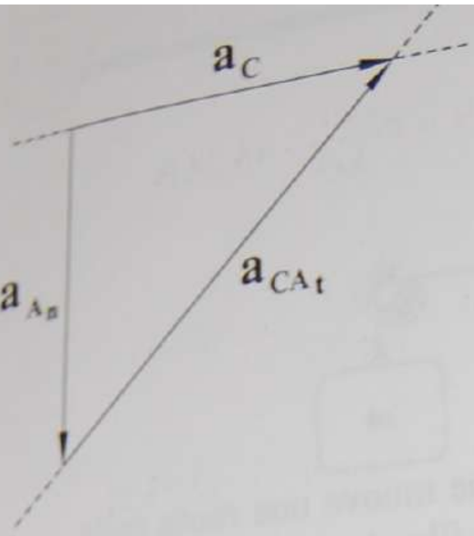
$$\mathbf{v_C = v_A = 1\,m\,s^{-1}}$$

$$\omega_r = \frac{\mathbf{v_C}}{\mathbf{R}} = \mathbf{3.33\,rad\,s^{-1}}$$

Terna traslante in **A**

$$\vec{\mathbf{a}}_C = \vec{\mathbf{a}}_{A_n} + \vec{\mathbf{a}}_{A_t} + \vec{\mathbf{a}}_{CA_n} + \vec{\mathbf{a}}_{CA_t}$$

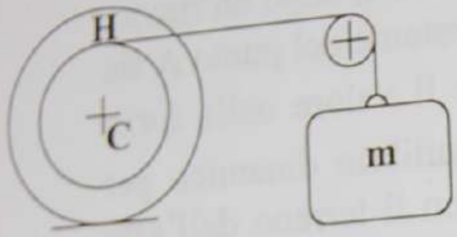
	$\vec{a}_C$	$\vec{a}_{A_n}$	$\vec{a}_{A_t}$	$\vec{a}_{CA_n}$	$\vec{a}_{CA_t}$
Mod.	?	ω^2OA 2 ms^{-2}	0	0	$\dot{\Omega}$CA ?
Dir.	orizz.	//OB			⊥CA



$$a_{CA_t} = \frac{a_A}{\cos 45°} = 2.83\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$\dot{\Omega} = \frac{a_{CA_t}}{CA} = 2.83\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{a_C}{R} = 6.67\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

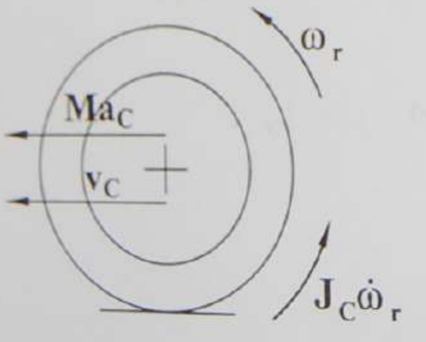


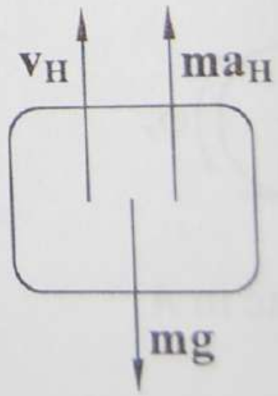
$$v_{massa} = v_H = \omega_r(R + r) = 1.67\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$
$$a_{massa} = a_{H_t} = \dot{\omega}_r(R + r) = 3.33\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

Applicando la : $W_m + W_r + W_p = \dfrac{dE}{dt} = -W_i$

dove :

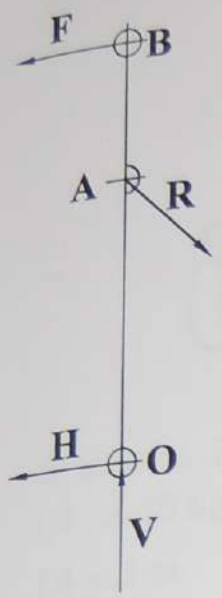
$$W_m = \vec{F} \times \vec{v}_B$$
$$W_r = m\vec{g} \times \vec{v}_H$$
$$-W_i = M \cdot \vec{a}_C \times \vec{v}_C + J_C \cdot \dot{\vec{\omega}}_r \times \vec{\omega}_r + m \cdot \vec{a}_H \times \vec{v}_H$$





Si ottiene :

$$F\,v_B - mg\,v_H + Ma_C v_C + J_C \cdot \dot{\omega}_r \omega_r + ma_H v_H = 0$$
$$F = 30.48\ \mathrm{N}$$



$$\sum M_A = 0$$

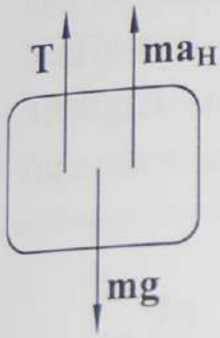
$$F \cdot AB - H \cdot AO = 0 \qquad H = F\frac{AB}{AO} = 15.24\ \mathrm{N}$$

$$\sum F_X = 0$$

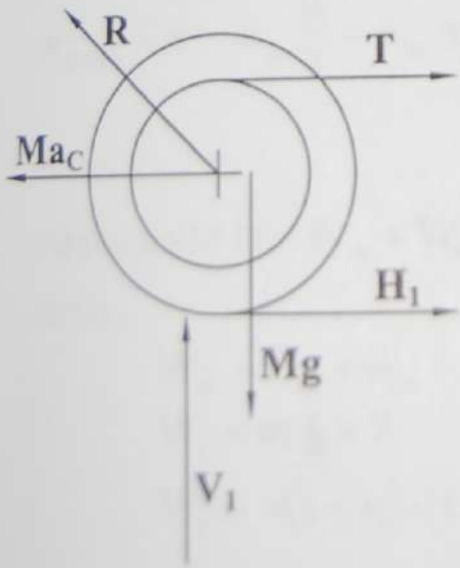
$$F + H - R\cos 45° = 0 \qquad R = \frac{F+H}{\cos 45°} = 64.66\ \mathrm{N}$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$V - R\cos 45° = 0 \qquad V = R\cos 45° = 45.72\ \mathrm{N}$$



$$T = m(g - a_H) = 64.77\ \mathrm{N}$$

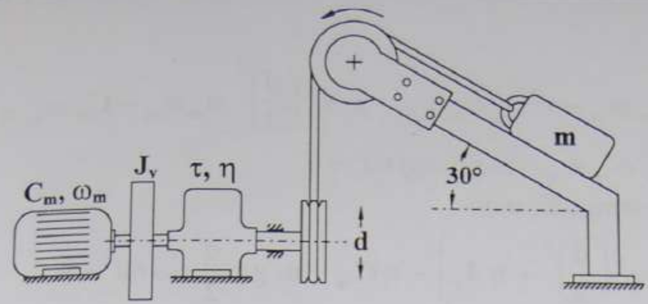


$$\sum F_X = 0$$

$$H_1 = M a_C - T + R\cos 45° = 20.95\ \mathrm{N}$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$V_1 = M g - R\cos 45° = 150.48\ \mathrm{N}$$



Il sistema illustrato in figura è costituito da un motore, un volano ($J_v = .18\ \mathbf{kg\,m^2}$), un riduttore ($\tau = \mathbf{10/235}, \eta = \mathbf{.95}$), una puleggia ($\mathbf{d = .3\ m} \quad \mathbf{J_p = .05\ kg\,m^2}$) sulla quale si avvolge una fune che, dopo una carrucola di rinvio, solleva una massa lungo un piano inclinato. Nell'ipotesi che la coppia erogata dal motore sia $\mathbf{C_m = 100\ Nm}$ a $\mathbf{1500\ giri/min}$ e che la massa sia $\mathbf{m = 200\ kg}$, calcolare il tiro della fune per le condizioni date.

$$\omega_m = n\frac{2\pi}{60} = \mathbf{157\ rad\,s^{-1}} \qquad \omega_{puleggia} = \omega_p = \omega_m\ \tau = \mathbf{6.68\ rad\,s^{-1}}$$

$$v_{massa} = v = \omega_p \frac{d}{2} = \omega_m\ \tau\frac{d}{2} = \mathbf{.94\ m\,s^{-1}}$$

Applicando la : $\mathbf{W_m + W_r + W_p = {}^{dE}\!/_{dt} = -W_i}$

dove :

$$\mathbf{W_m = \vec{C}_m \times \vec{\omega}_m}$$
$$\mathbf{W_r = m\,\vec{g} \times \vec{v}}$$
$$\mathbf{W_p = -(1-\eta)\cdot\left(\vec{C}_m \times \vec{\omega}_m + J_v \cdot \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m\right)}$$
$$\mathbf{-W_i = m \cdot \vec{a} \times \vec{v} + J_v \cdot \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m + J_p \cdot \dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p}$$

Si ottiene :

$$C_m\,\omega_m - J_v\,\dot{\omega}_m\,\omega_m - \tau^2\,J_p\,\dot{\omega}_m\omega_m - m\,\tau^2\left(\frac{d}{2}\right)^2\dot{\omega}_m\omega_m - C_m\,\omega_m +$$

$$\eta\,C_m\,\omega_m - \eta\,J_v\,\dot{\omega}_m\,\omega_m - m\,g\,v\,cos\,60° = 0$$

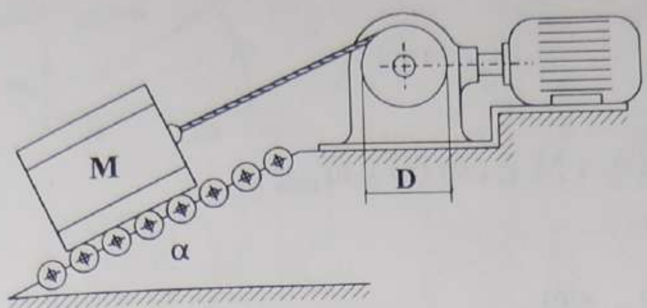
Raccogliendo e semplificando :

$$\dot{\omega}_m\left(\tau^2\,J_p + m\,\tau^2\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \eta\,J_v\right) - \eta\,C_m + m\,g\,\tau\,\frac{d}{2}\,cos\,60° = 0$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{\eta\,C_m - m\,g\,\tau\,\frac{d}{2}\,cos\,60°}{\tau^2\left[J_p + m\left(\frac{d}{2}\right)^2\right] + \eta\,J_v} = 495\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

$$a = \dot{\omega}_m\,\tau\,\frac{d}{2} = 3.16\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$T = m\,g\,cos\,60° + m\,a = 1613\ \mathrm{N}$$



Il carico di massa **M** è trascinato su di un piano inclinato sul quale sono disposti rulli di raggio $\mathbf{r_{rullo} = .15\ m}$. Allo scopo è utilizzata una fune che si avvolge su di una puleggia mossa da un motore elettrico. Calcolare la coppia che il motore dovrà erogare affinché il carico :
a) salga a velocità costante. **b**) Salga con accelerazione $\mathbf{a = .1\ ms^2}$.
c) Scenda con accelerazione $\mathbf{a = .1\ ms^2}$ (il motore sta erogando una coppia insufficiente alla salita del carico e viene trascinato).

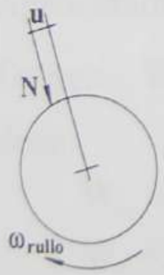
$\mathbf{M = 5000\ kg}$ $\quad$ $\mathbf{J_m = .5\ kg\, m^2}$ $\quad$ $\mathbf{J_{p(uleggia)} = 3\ kg\, m^2}$ $\quad$ $\alpha = 15°$

$\mathbf{f_v = .02}$ $\quad$ $\mathbf{D = 1\ m}$ $\quad$ $\tau = \dfrac{1}{45}$ $\quad$ $\eta_{diretto} = \eta_{retrogrado} = .9$

a) Salita a velocità costante :

$$W_m + W_r + W_p = 0$$

dove :



$$W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m$$
$$W_r = M\,\vec{g}\,\sin\alpha \times \vec{v} + \left(\vec{u} \wedge M\,\vec{g}\,cos\,\alpha\right) \times \vec{\omega}_{rullo}$$
$$W_p = -(1-\eta)\,\vec{M}_m \times \vec{\omega}_m$$
$$v = \omega_p\, r = \omega_m\, \tau\, r \;; \quad r = \frac{D}{2}$$

$$\sum W = 0$$

$$\eta M_m - M g\left(sen\,\alpha + cos\,\alpha\, f_v\right)\tau\, r = 0 \qquad M_m = 168 Nm$$

b) Transitorio in salita :

$$W_m + W_r + W_p = \frac{dE}{dt} = -W_i$$

dove :

$$W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m$$

$$W_r = M\,\vec{g}\,sen\,\alpha \times \vec{v} + \left(\vec{u} \wedge M\,\vec{g}\,cos\,\alpha\right) \times \vec{\omega}_{rullo}$$

$$W_p = -(1-\eta)\,W_e$$

$$W_e = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m - J_m\,\dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m$$

$$W_i = -M\,\vec{a} \times \vec{v} - J_m\,\dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m - J_p\,\dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p$$

Essendo :

$$a = \dot{\omega}_p\, r = \dot{\omega}_m\, \tau\, r$$

$$\sum W^* = 0$$

$$\eta\,M_m - M\,g\left(sen\,\alpha + cos\,\alpha\, f_v\right)\tau\, r - \eta\, J_m \frac{a}{r\,\tau} - M\,a\,\tau\,r - J_p \frac{a}{r} = 0$$

$$M_m = 179\,\mathrm{Nm}$$

c) Transitorio in discesa (moto retrogrado) :

$$W_m = M\,\vec{g}\,sen\,\alpha \times \vec{v}$$

$$W_r = \vec{M}^*_m \times \vec{\omega}_m + \left(\vec{u} \wedge M\,\vec{g}\,cos\,\alpha\right) \times \vec{\omega}_{rullo}$$

$$W_p = -(1-\eta)\,W_e$$

$$W_e = M\,\vec{g}\,\mathrm{sen}\,\alpha \times \vec{v} + \left(\vec{u} \wedge M\vec{g}\,\cos\alpha\right) \times \vec{\omega}_{rullo} - M\vec{a} \times \vec{v} - J_p\,\dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p$$

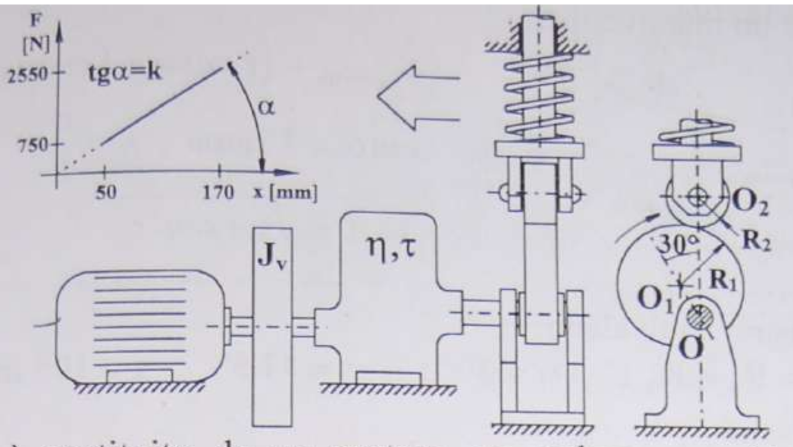
$$W_i = -M\,\vec{a} \times \vec{v} - J_m\dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m - J_p\dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p$$

$$\sum W^* = 0$$

$$\eta\, M\, g\, sen\,\alpha\, \tau\, r - \eta\, M\, g\, cos\,\alpha\, f_v\, \tau\, r - M^*_m +$$

$$-\eta\, M\, a\, \tau\, r - J_m \frac{a}{r\,\tau} - \eta\, J_p \frac{a}{r}\tau = 0$$

$$M^*_m = 108\,\mathrm{Nm}$$



Il sistema è costituito da un motore, un volano, un riduttore, un eccentrico circolare (di centro $\mathbf{O_1}$ e raggio $\mathbf{R_1}$) incernierato in **O** che aziona una punteria (con rotella di centro $\mathbf{O_2}$ e raggio $\mathbf{R_2}$).
La punteria è contrastata da una molla precaricata di cui è riportata la caratteristica (precarico per $\mathbf{0 < x \leq 50}$). Valutare la potenza motore necessaria per la condizione data.

$\mathbf{R_2 = 50\ mm}$ $\quad$ $\mathbf{R_1 = 100\ mm}$ $\quad$ $\mathbf{OO_1 = 60\ mm}$ $\quad$ $\mathbf{J_v = .5\ kg\,m^2}$

$\omega_m = \mathbf{100\ rad\ s^{-1}}$ $\quad$ $\dot{\omega}_m = \mathbf{10\ rad\ s^{-2}}$ $\quad$ $\eta = \mathbf{.95}$ $\quad$ $\tau = \mathbf{.1}$

Per la definizione della velocità e accelerazione del punto $\mathbf{O_2}$ sostituiamo al sistema eccentrico più punteria il manovellismo equivalente illustrato.

$$\mathbf{O_1O_2 = R + r = .15m}$$

Applichiamo la : $\sum \mathbf{W^*} = 0$

Ovvero : $\mathbf{W_m + W_r + W_p = {dE}/{dt} = -W_i}$

dove :

$$\mathbf{W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m}$$

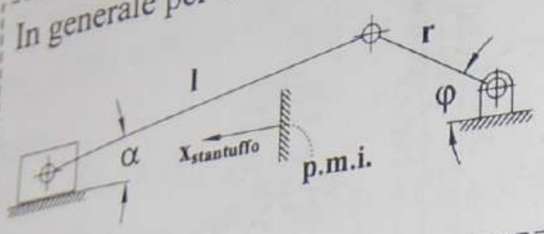
$$\mathbf{W_r = \vec{F}_{molla} \times \vec{v}_{O2}}$$

$\mathbf{F_{molla} = k\ \Delta x}$; $\mathbf{k = 15\ N\ mm^{-1}}$; $\mathbf{\Delta x = x_{precarico} + x}$

$\mathbf{x_{precarico} = 50\ mm}$ (in corrispondenza del p.m.i.)

x = distanza dal p.m.i.

In generale per un manovellismo :



$$x_{stantuffo} = (r\,cos\,\varphi + l\,cos\,\alpha) - (l - r)$$

$$sen\,\alpha = \lambda\,sen\,\varphi \;;\; \lambda = \frac{r}{l}$$

$$cos\,\alpha = \sqrt{1 - sen^2\,\alpha}$$

Per il manovellismo equivalente é:

$r = OO_1$; $l = R_1 + R_2$; $\varphi = 30°$; $\alpha = 11.5°$ $x = 109\ mm$;

$\Delta x = 159\ mm$;

Quindi: $F_{molla} = 2385\ N$

Essendo poi necessaria la definizione della sola velocità dello stantuffo (non l'accelerazione), è possibile utilizzare l'espressione semplificata ottenuta come derivata dello sviluppo in serie (arrestato al secondo ordine) dell'espressione dello spostamento :

$$\left|\dot{x}_{stantuffo}\right| = r\,\omega\left(sen\,\varphi + \frac{\lambda}{2}\,sen\,2\varphi\right)$$

$\omega = \omega_m\,\tau$

Quindi: $\dot{x} = v_{O2} = .4\ m\,s^{-1}$

Proseguendo con l'elenco delle potenze in gioco :

$$W_p = -(1-\eta)\cdot\left(\vec{M}_m \times \vec{\omega}_m + J_v \cdot \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m\right)$$

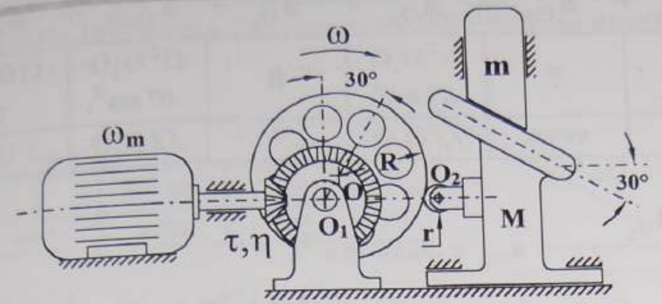
$$-W_i = J_v \cdot \dot{\vec{\omega}} \times \vec{\omega}$$

Si ottiene :

$$W_m + W_r + W_i - (1-\eta)(W_m + W_i) = 0$$

$$W_m = -\frac{W_r}{\eta} - W_i = 1514\ W$$

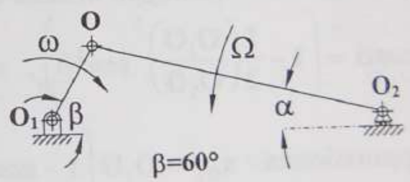
(21)



Un motore (ω_m **= 10 rad s^{-1}**) è collegato ad un riduttore (τ = **.3** η = **.90**) costituito da coppia di ingranaggi conici alla cui ruota maggiore (centro **O_1**) è eccentricamente calettato un disco (centro **O**, raggio **R = 300 mm**). Quest'ultimo, muove una punteria con rotella (centro **O_2** e raggio **r = 50 mm**) applicata ad una slitta (**M = 50 kg**) dotata di un piano inclinato che, a sua volta, muove una massa (**m = 20 kg**) di moto traslatorio verticale. Si chiede di valutare la potenza motore per le condizioni date.

$O_1O = 100$ mm

Con riferimento al manovellismo equivalente illustrato poniamo una terna traslante in **O**.

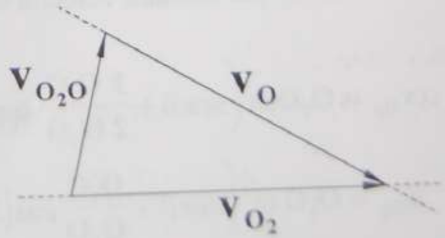


$OO_2 = R + r = .35$m

$\omega = \tau\,\omega_m = 3$ rad s^{-1}

$$\vec{v}_{O_2} = \vec{v}_O + \vec{v}_{O_2O}$$

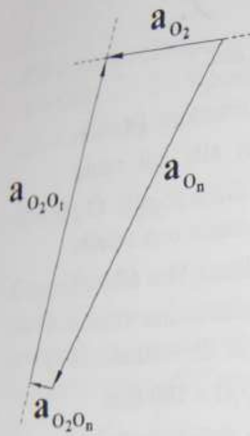
	$\vec{v}_{O_2}$	$\vec{v}_O$	$\vec{v}_{O_2O}$
Mod.	?	$\omega\,O_1O$ .3 ms^{-1}	$\Omega\,O_2O$?
Dir.	orizz.	$\perp O_1O$	$\perp O_2O$



$v_{O_2} = .2981$ m s^{-1}

$v_{O_2O} = .15$ m s^{-1} $\qquad \Omega = \dfrac{v_{O_2O}}{O_2O} = .44$ rad s^{-1}

	$\vec{a}_{O_{2n}}$ +	$\vec{a}_{O_{2t}}$ =	$\vec{a}_{O_n}$ +	$\vec{a}_{O_t}$ +	$\vec{a}_{O_2O_n}$ +	$\vec{a}_{O_2O_t}$
Mod.	0	?	$\omega^2 O_1O$ .90 ms^{-2}	0	$\Omega^2 O_2O$ .07 ms^{-2}	$\dot{\Omega} O_2O$?
Dir.		orizz.	$//O_1O$		$//O_2O$	$\perp O_2O$



$a_{O_2} = .3216 \ \mathbf{m\,s^{-2}}$

$(a_{O_2O_t} = \mathbf{.80\ m\,s^{-2}} \quad \dot{\Omega} = \dfrac{a_{O_2O_t}}{O_2O} = \mathbf{2.30\ rad\,s^{-2}})$

Tenendo poi conto che lo spostamento dello stantuffo rispetto al p.m.e. è :

$$x_{O_2} = (O_1O + O_2O) - (O_1O\cos\beta + O_2O\cos\alpha)$$

Che : $\cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\dfrac{O_1O}{O_2O}\right)^2 sen^2\beta}$ e che

questa, con uno sviluppo in serie arrestato al secondo ordine, diviene :

$\cos\alpha = \left(1 - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{O_1O}{O_2O}\right)^2 sen^2\beta\right)$, si giunge all'espressione analitica

approssimata : $x_{O_2} = O_1O\left(1 - \cos\beta + \dfrac{1}{2}\dfrac{O_1O}{O_2O} sen^2\beta\right)$.

Quest'ultima, successivamente derivata, fornisce un metodo alternativo per definire velocità e accelerazione (ω=**cost.** $\beta = 60°$).

$$v_{O_2} = O_1O\,\omega\left(sen\beta + \frac{1}{2}\frac{O_1O}{O_2O} sen(2\beta)\right) = .2969 \ \mathbf{m\,s^{-1}}$$

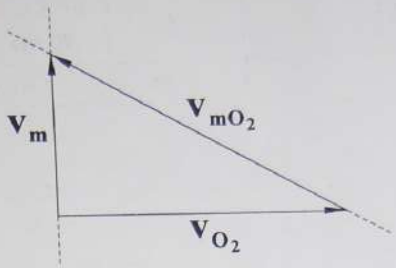
$$a_{O_2} = O_1O\,\omega^2\left(\cos\beta + \frac{O_1O}{O_2O}\cos(2\beta)\right) = .3214 \ \mathbf{m\,s^{-2}}$$

Come si vede la differenza con i valori ottenuti precedentemente, in modo rigoroso, non è rilevante.

Riferendosi ad una terna traslante con la massa **M**, ad esempio centrata in **O_2**, la velocità e l'accelerazione della massa **m** sono:

$$\vec{v}_m = \vec{v}_{O_2} + \vec{v}_{mO_2}$$

	$\vec{v}_m$	$\vec{v}_{O_2}$	$\vec{v}_{mO_2}$
Mod.	?	.298 ms^{-1}	?
Dir.	vert.	orizz.	30°

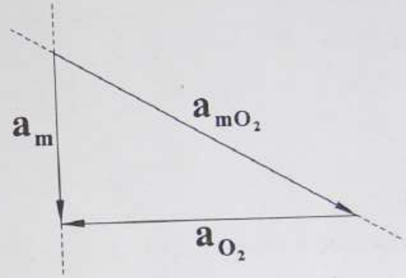


$v_m = .17\ m\,s^{-1}$ $\quad (v_{mO_2} = .34\ m\,s^{-1})$

Essendo nulli tutti i componenti normali delle accelerazioni, poniamo semplicemente:

$$\vec{a}_m = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{mO_2}$$

	$\vec{a}_m$	$\vec{a}_{O_2}$	$\vec{a}_{mO_2}$
Mod.	?	.322 ms^{-2}	?
Dir.	vert.	orizz.	30°



$a_m = .19\ m\,s^{-2}$ $\quad (a_{mO_2} = .37\ m\,s^{-2})$

Applicando la : $W_m + W_r + W_p = dE/dt = -W_i$

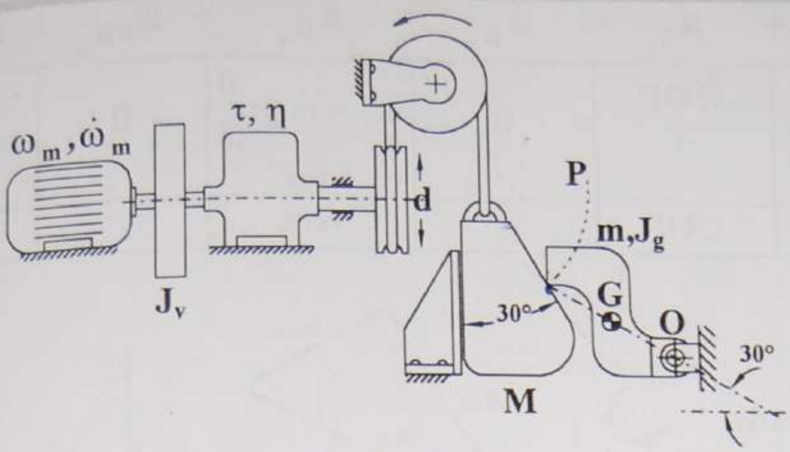
dove :

$$W_r = m \cdot \vec{g} \times \vec{v}_m$$
$$-W_i = m \cdot \vec{a}_m \times \vec{v}_m + M \cdot \vec{a}_{O_2} \times v_{O_2}$$
$$W_p = -(1-\eta) \cdot W_m$$

Si ottiene :

$$\eta\, W_m + m\, a_m\, v_m + M\, a_{O_2} v_{O_2} - m\, g\, v_m = 0$$

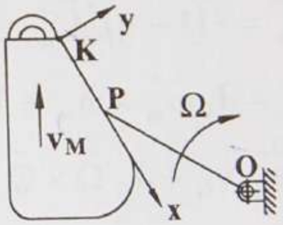
$$W_m = 31\ W$$



Il sistema è costituito da un motore, un volano ($\mathbf{J_v = .3\,kg\,m^2}$), un riduttore ($\tau = \mathbf{.1}, \eta = \mathbf{.90}$) e una puleggia ($\mathbf{d = .3\,m}$) sulla quale si avvolge una fune che, tramite un rinvio, solleva una massa ($\mathbf{M = 20\,kg}$). Questa, traslando, muove una leva ($\mathbf{m = 10\,kg}$ e $\mathbf{J_G = .5\,kg\,m^2}$) incernierata in **O**. La velocità angolare del motore è $\omega_m = \mathbf{100\,rad\,s^{-1}}$, l'accelerazione è $\dot{\omega}_m = \mathbf{400\,rad\,s^{-2}}$. Valutare il momento motore necessario per le condizioni date. $\mathbf{OP = .45\,m \quad OG = OP/2}$

Per la massa **M** :

$$v_M = \omega_m \tau \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{2}} = \mathbf{1.50\,m\,s^{-1}}$$



Terna relativa traslante **K**xy

	$\vec{\mathbf{v}}_P$ =	$\vec{\mathbf{v}}_K$ +	$\vec{\mathbf{v}}_{PK}$
Mod.	Ω OP ?	v_M 1.50 ms^{-1}	?
Dir.	⊥ PO	vert.	// x

$$v_P = .87\,m\,s^{-1}$$

$$\Omega = \frac{v_P}{OP} = 1.92\,rad\,s^{-1}$$

$$v_G = \Omega\,OG = .43\,m\,s^{-1}$$

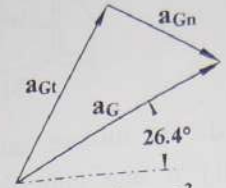
	$\vec{a}_{P_n}$ +	$\vec{a}_{P_t}$ =	a_{K_n}			a_{PK_t}
Mod.	$\Omega^2 OP$ 1.66 ms^{-2}	$\dot{\Omega} OP$?	0	$a_M = \dot{\omega}_m \tau \frac{d}{2}$ 6 ms^{-2}	0	?
Dir.	$//OP$	$\perp OP$		vert.		$//x$

$a_{P_t} = 2.50 \text{ m s}^{-2}$

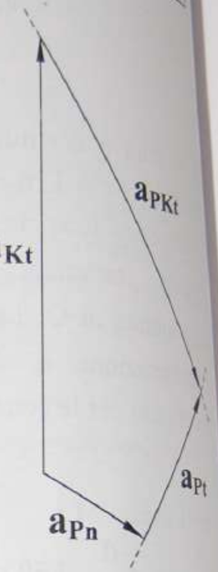
$\dot{\Omega} = \frac{a_{P_t}}{OP} = 5.56 \text{ rad s}^{-2}$

$a_{G_n} = \Omega^2 OG = .83 \text{ m s}^{-2}$

$a_{G_t} = \dot{\Omega} OG = 1.25 \text{ m s}^{-2}$



$a_G = 1.50 \text{ m s}^{-2}$



Applicando la : $W_m + W_r + W_p = {dE}/{dt} = -W_i$

dove :

$$W_m = \vec{C}_m \times \vec{\omega}_m$$

$$W_r = M\,\vec{g} \times \vec{v}_M + m\,\vec{g} \times v_G$$

$$W_p = -(1-\eta)\left(\vec{C}_m \times \vec{\omega}_m - J_v \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m\right)$$

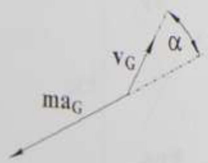
$$-W_i = J_v \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m + M\vec{a}_M \times \vec{v}_M +$$

$$m\,a_G\,v_G + J_G \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{\Omega}$$

Si ottiene :

$$C_m \omega_m - M\,g\,v_M - mg\,v_G \cos 30° - C_m \omega_m + J_v \dot{\omega}_m \omega_m + \eta\, C_m \omega_m +$$

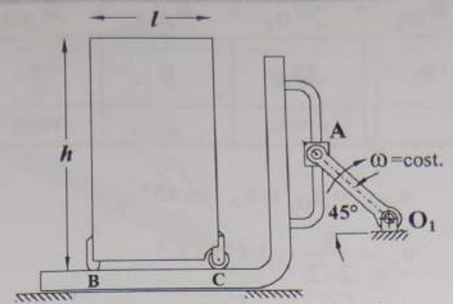
$$-\eta\, J_v \dot{\omega}_m \omega_m - J_v \dot{\omega}_m \omega_m - M\,a_M\,v_M - J_G \dot{\Omega}\,\Omega - m\,a_G\,v_G \cos\alpha = 0$$



$$\alpha = 60° - 26.4° = 33.6°$$

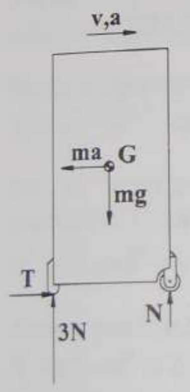
$$C_m = \frac{v_M M(g + a_M) + mv_G(g \cos 30° + a_G \cos 33.6°) + J_G \dot{\Omega}\,\Omega}{\eta\,\omega_m} + J_v \dot{\omega}_m$$

$C_m = 126$ Nm



La slitta in figura trasla, mossa dalla manovella $\mathbf{O_1A = .4\ m}$ la cui vel. angolare ω è da definire sapendo che per il parallelepipedo omogeneo ($\mathbf{m = 1000\ kg}$, $\boldsymbol{h} = \mathbf{1\ m}$, base quadrata $\boldsymbol{l} = \mathbf{.5\ m}$) la reazione verticale sul rullo d'appoggio in **C** vale un terzo di quella sull'appoggio in **B** dove il coeff. aderenza è $\mathbf{f_s = .7}$. Valutare poi le reazioni dette e il momento motore all'albero della manovella sapendo che, nell'appoggio della slitta a terra, il coeff. di attrito vale $\mathbf{f_d = .5}$.

Per l'equilibrio del parallelepipedo, nell'ipotesi (da verificare) che non strisci sulla slitta, si può scrivere :



$$\sum F_Y = 0 \qquad 4\,N = mg \qquad N = \frac{mg}{4}$$

$$\sum M_B = 0 \qquad m\,a\frac{h}{2} + N\,l - m\,g\frac{l}{2} = 0$$

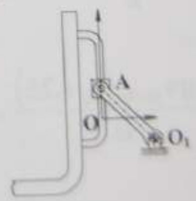
da cui : $\mathbf{a} = \dfrac{\mathbf{g}}{\mathbf{4}}\ \mathbf{ms^{-2}}$

Dalla : $\sum F_X = 0 \qquad T = ma = \dfrac{mg}{4}$

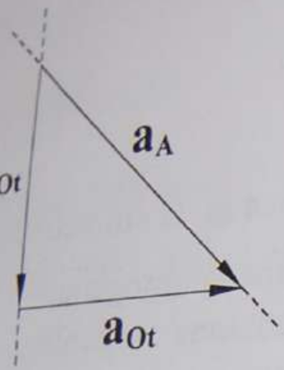
La verifica prevista porta : $\dfrac{T}{3N} = .33 < f_s = .7$

Il parallelepipedo non striscia : $\vec{a} = \vec{a}_{slitta}$.

Per la definizione di ω consideriamo una terna traslante rigidamente con la slitta.



	$\vec{a}_A$	$= \vec{a}_{O_n}$	$+ \vec{a}_{O_t}$	$+ a_{AO_n}$	$+ a_{AO_t}$
Mod.	$\omega^2 O_1A$?	0	.25 g	0	?
Dir.	$//O_1A$		orizz.		vert.

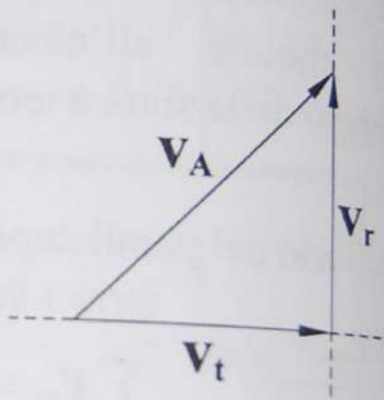


$$a_{slitta} = a_{O_t} = a_A \cos 45°$$

$$a_A = \frac{g}{2\sqrt{2}} = 3.47 \text{ m s}^{-2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{a_A}{O_1A}} = \sqrt{\frac{g}{.8\sqrt{2}}} = 2.94 \text{ rad s}^{-1}$$

	$\vec{v}_A$	$= \vec{v}_r$	$+ \vec{v}_t$
Mod.	$\omega\, O_1A$ 1.18 ms^{-1}	?	?
Dir.	$\perp O_1A$	$//OA$	orizz.



$$v_{slitta} = v_t = v_A \cos 45° = .83 \text{ m s}^{-1}$$

Applicando la : $\sum W^* = 0$

dove :

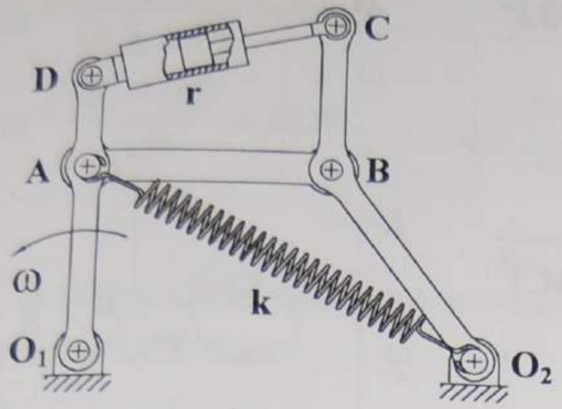
$$W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m$$

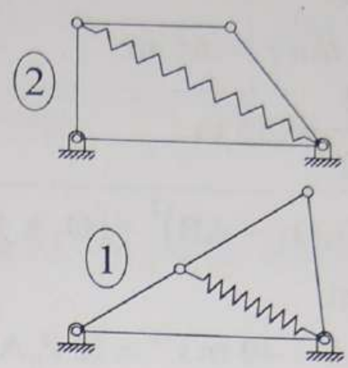
$$W_r = \vec{T}_{slitta} \times \vec{v}_{slitta} \qquad T_{slitta} = m g f_d$$

$$-W_i = m \cdot \vec{a}_{slitta} \times \vec{v}_{slitta}$$

Si ottiene :

$$M_m = \frac{m g v_{slitta}(f_d + .25)}{\omega} = 2077 \text{ N m}$$

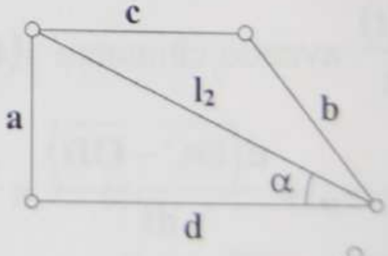




Definire la coppia motrice da applicare all'asta $\mathbf{O_1A = .4\ m}$ quando questa ruoti con velocità angolare $\omega = \mathbf{100\ rad\ s^{-1}}$. La molla ($\mathbf{k = 500\ N\,m^{-1}}$) è stata inserita, scarica, con il sistema nella configurazione ① e poi precaricata nel passaggio alla configurazione attuale ②. La caratteristica dello smorzatore è $\mathbf{r = 20\ N\,s\,m^{-1}}$.

$\mathbf{AD = .20\ m}$ $\mathbf{O_2B = .5\ m}$ $\mathbf{BC = .32\ m}$ $\mathbf{O_1O_2 = .8\ m}$ $\mathbf{AB = .5\ m}$

$|F_{molla}| = \mathbf{k}\,\Delta \mathbf{l}$ dove $\Delta \mathbf{l}$ è la differenza tra la lunghezza della molla nella configurazione attuale ② e quella iniziale ①.

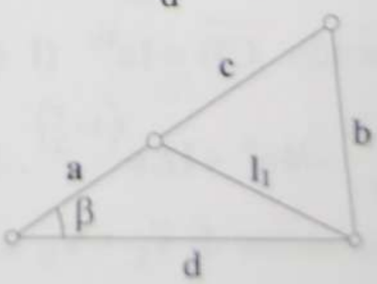


Per la lunghezza nella configurazione ② :

$\mathbf{l_2^2 = a^2 + d^2}$ da cui : $\mathbf{l_2 = .89\ m}$

Per la configurazione ①, utilizzando il teorema di Carnot :

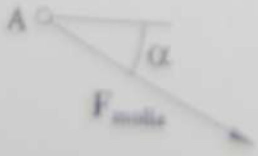
$\mathbf{b^2 = (c+a)^2 + d^2 - 2d(c+a)}\cos\beta \quad \cos\beta = \mathbf{.83}$



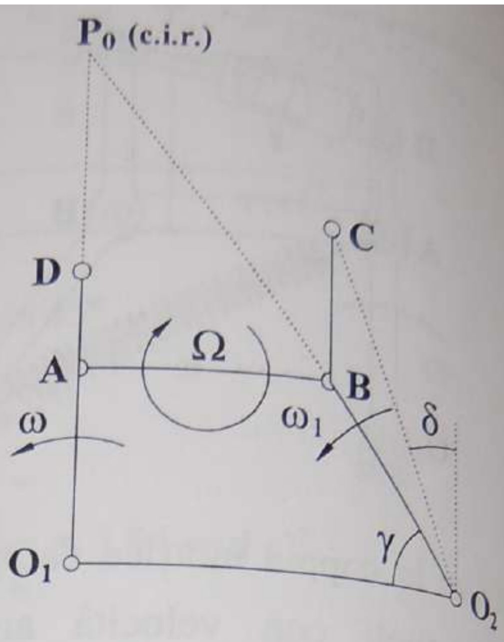
Ancora con Carnot :

$\mathbf{l_1^2 = a^2 + d^2 - 2\,a\,d}\cos\beta$ da cui : $\mathbf{l_1 = .52\ m}$

Quindi : $\Delta \mathbf{l = l_2 - l_1 = .38\ m}$ $\mathbf{F_{molla} = 189\ N}$



$\tan\alpha = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{d}} = .5 \quad \alpha = 26.6°$



$$\frac{O_1A}{O_1O_2 - AB} = \tan\gamma = 1.3\bar{3} \qquad \gamma = 53.1°$$

$$P_0A = AB \tan\gamma = .6\bar{6}\ \mathrm{m}$$

$$P_0B = \frac{AB}{\cos\gamma} = .8\bar{3}\ \mathrm{m}$$

$$O_2C = \sqrt{\left(O_1O_2 - AB\right)^2 + \left(O_1A + BC\right)^2}$$

$$O_2C = .78\ \mathrm{m}$$

$$v_A = \omega\, O_1A = 40\ \mathrm{m\,s^{-1}} = \Omega\, P_0A$$

$$\Omega = \omega \frac{O_1A}{P_0A} = 60.00\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

$$v_D = \omega\, O_1D = 60.00\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$v_B = \Omega\, P_0B = \omega_1\, O_2B = 50.00\ \mathrm{m\,s^{-1}} \qquad \omega_1 = \Omega \frac{P_0B}{O_2B} = 100.00\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

$\omega = \omega_1$, prevedibile essendo : $\dfrac{O_1A}{P_0A} = \dfrac{O_2B}{P_0B}$

$$v_C = \omega_1\, O_2C = 78.00\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

La forza esercitata sullo smorzatore è $\mathbf{F}_{smorz.} = \mathbf{r}\,\mathbf{v}_{allung.}$ dove $\mathbf{v}_{allung.}$ è $\dfrac{dl(t)}{dt}$ avendo chiamato $l(t)$ la lunghezza dello smorzatore.

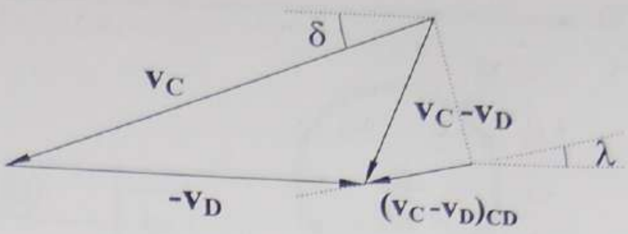
$$\vec{v}_C - \vec{v}_D = \frac{d\left(\overline{OC} - \overline{OD}\right)}{dt} = \frac{d\overline{CD}}{dt}$$ (O origine riferimento assoluto).

Ponendo $\overline{CD} = l e^{i\lambda}$ (l è il modulo, λ l'anomalia di $\overline{CD}$), sarà: $\dfrac{d\overline{CD}}{dt} = \dot{l} e^{i\lambda} + l\dot{\lambda} e^{i\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right)}$. Interessa la derivata del modulo ($\dot{l}$) cioè la componente di $\vec{v}_C - \vec{v}_D$ secondo la direzione CD.

$$\dot{l} = \left(\vec{v}_C - \vec{v}_D\right)_{CD} = v_C \cos(\delta - \lambda) - v_D \cos\lambda = 18.67\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\delta = tan^{-1}\frac{O_1O_2 - AB}{O_1A + BC} = 22.6°$$

$$\lambda = tan^{-1}\frac{BC - AD}{AB} = 13.5°$$



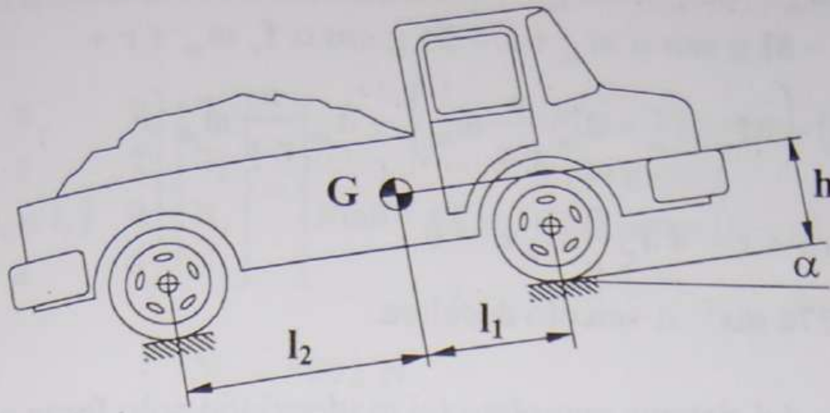
Quindi la potenza dissipata nello smorzatore è : $\mathbf{W_p = \dot{I}^2 r = -6971W}$

Gli altri contributi danno :

$$W_m = \vec{C}_m \times \vec{\omega} = C_m\ \omega$$

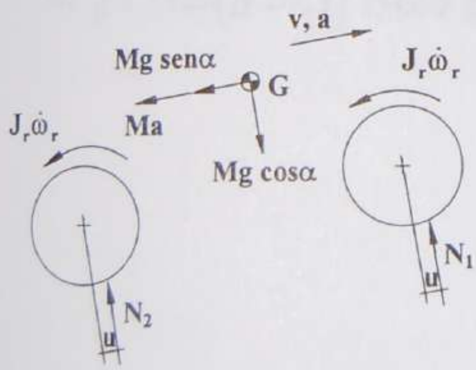
$$W_r = \vec{F}_{molla} \times \vec{v}_A = F_{molla}\ v_A\ cos\,\alpha = -6762\ W$$

$$C_m = 137\ Nm$$



Un veicolo a trazione posteriore di massa **M**, percorre una strada rettilinea in salita. Calcolarne l'accelerazione nell'ipotesi che il motore eroghi una coppia $C_m = 110\ \mathrm{N\,m}$. Verificare l'aderenza per la condizione citata. Stabilire inoltre il rapporto di trasmissione che sarebbe necessario per una marcia a velocità costante con il motore che eroga la stessa C_m.

$M = 2000\ \mathrm{kg}$	$J_m = .2\ \mathrm{kg\,m^2}$	$J_{r(uota)} = 2\ \mathrm{kg\,m^2}$	$r_{(ruota)} = .3\ \mathrm{m}$
$h = 1\ \mathrm{m}$	$l_1 = 1.2\ \mathrm{m}$	$l_2 = 1.8\ \mathrm{m}$	$f_v = .01$
$f_{a(derenza)} = .6$	$\tau = 1/10$	$\eta = .95$	$\alpha = 15°$



Ipotizzando a priori **a** positiva ed applicando la :

$$W_m + W_r + W_p = \frac{dE}{dt} = -W_i$$

dove :

$$W_m = \vec{C}_m \times \vec{\omega}_m$$

$$W_r = M\,\vec{g}\,sen\,\alpha \times \vec{v} + \vec{u} \wedge M\,\vec{g}\,cos\,\alpha \times \omega_r$$

$$W_p = -(1-\eta)\left(\vec{C}_m \times \vec{\omega}_m - J_m \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m\right)$$

$$W_i = -M\,\vec{a} \times \vec{v} - J_m \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m - 4\,J_r \dot{\vec{\omega}}_r \times \vec{\omega}_r$$

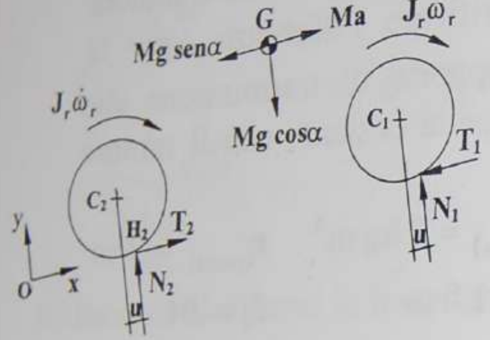
$$v = \omega_r\, r$$

$$\omega_r = \tau\,\omega_m \qquad \dot{\omega}_r = \tau\,\dot{\omega}_m$$

$$C_m\,\omega_m - M\,g\,sen\,\alpha\,\omega_m\,\tau\,r - M\,g\,cos\,\alpha\,f_v\,\omega_m\,\tau\,r +$$
$$-(1-\eta)\cdot\left(M_m\,\omega_m - J_m\,\frac{a}{r\,\tau}\,\omega_m\right) - J_m\,\frac{a}{r\,\tau}\,\omega_m +$$
$$-M\,a\,\omega_m\,\tau\,r - 4\,J_r\,\frac{a}{r}\,\omega_m\,\tau = 0$$

$a = -0.776\ ms^2$ il veicolo decelera.

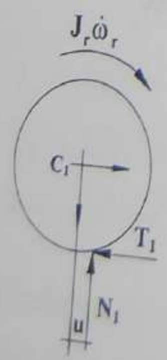
Equilibrio del sistema completo (si evidenziano solo forze e coppie su un lato del vicolo):



$$\sum F_X = 0$$
$$2\,T_2 - 2\,T_1 + M\,a - M\,g\,sen\,\alpha = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$2\,N_2 + 2\,N_1 - M\,g\,cos\,\alpha = 0$$

$$\sum M_{(H_2)} = 0$$
$$2\,N_1\,(l_1 + l_2) - M\,a\cdot h - 4\,J_r\,\frac{a}{r} - M\,g\,\cos\alpha\,(l_2 - u) +$$
$$+M\,g\,sen\,\alpha\,h = 0$$

Per la ruota anteriore :



$$\sum M_{(C_1)} = 0$$
$$N_1\,u - T_1\,r + J_r\,\frac{a}{r} = 0$$

Riducendo il sistema in forma matriciale :

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2(l_1+l_2) & 0 \\ 0 & 0 & u & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M\,a + M\,g\,\sin\alpha \\ M\,g\,cos\,\alpha \\ Mah + 4J_r\dot{\omega}_r + Mg\left[cos\,\alpha\left(l_1 - u\right) - sen\,\alpha\,h\right] \\ J_r\,\dot{\omega}_r \end{Bmatrix}$$

$T_1 = 33\text{ N}$ $\quad N_1 = 5092\text{ N}$

$T_2 = 1797\text{ N}$ $\quad N_2 = 4384\text{ N}$

L'aderenza risulta verificata quando $\mathbf{T \le f_a\ N}$

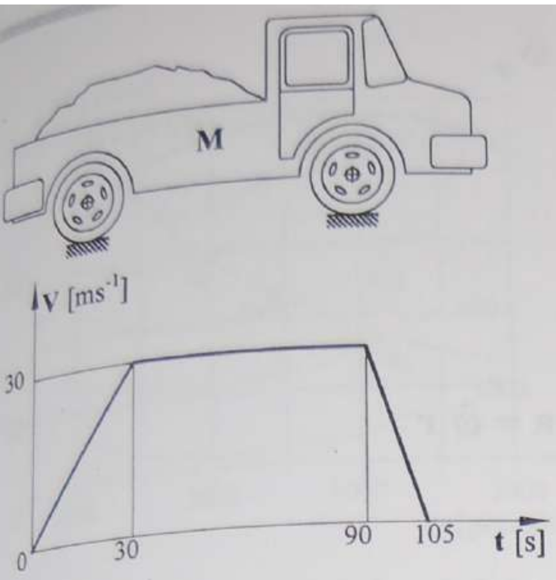
Nel caso in esame $\mathbf{T = T_2 = 1797\,N}$, $\quad \mathbf{f_a\,N = f_a\,N_2 = 2630\,N}$

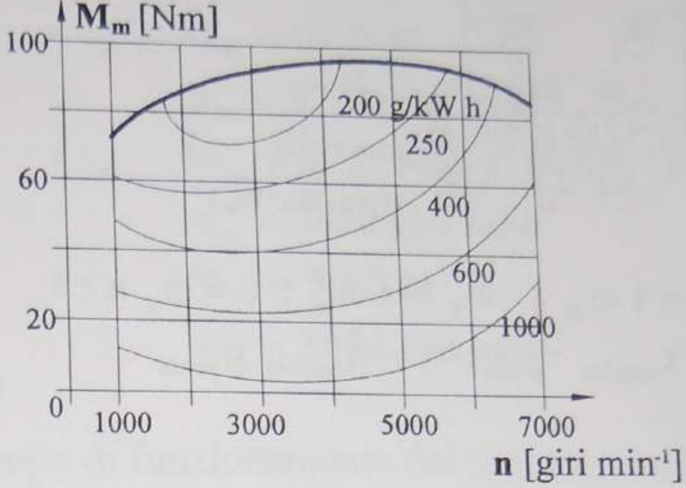
Le ruote non strisciano.

In condizioni di regime assoluto ($\mathbf{v} = cos\,\mathbf{t}$) : $\mathbf{W_m + W_r + W_p = 0}$

$$C_m\,\omega_m - M\,g\,sen\,\alpha\,\omega_m\,\tau\,r - M\,g\,cos\,\alpha\,f_v\,\omega_m\,\tau\,r +$$
$$-(1-\eta)\cdot\left(C_m\,\omega_m\right) = 0$$

$$\tau = \frac{\eta\,C_m}{M\,g\,r\left(sen\,\alpha + f_v\,cos\,\alpha\right)} = \frac{10}{151}$$





Un veicolo a trazione posteriore percorre una strada rettilinea con legge oraria illustrata in figura. Calcolare la coppia richiesta al motore al 20° secondo dalla partenza con τ_2 inserito. Scegliere il rapporto di trasmissione che garantisca il minor consumo nel tratto a velocità costante e calcolare la quantità di combustibile utilizzata per percorrere tale tratto (caratteristica del motore illustrata in figura). Determinare inoltre la coppia frenante da applicare alle ruote nell'istante immediatamente successivo al tratto a velocità costante nell'ipotesi di τ_5 inserito .

$\mathbf{M = 2000\ kg}$ $\quad \mathbf{J_m = .2\ kg\ m^2}$ $\quad \mathbf{J_{r(uota)} = 2\ kg\ m^2}$ $\quad \mathbf{r_{(ruota)} = .3\ m}$

$\tau_2 = \dfrac{1}{2.2}$ $\quad \tau_3 = \dfrac{1}{1.5}$ $\quad \tau_4 = 1$ $\quad \tau_5 = \dfrac{1}{0.8}$ $\quad \tau_{ponte} = \dfrac{1}{4}$

$\eta_{2,3,4,5} = .98$ $\quad \eta_{ponte} = .97$ $\quad f_v = .01$ $\quad C_x = .4$ $\quad S_{(veicolo)} = 2\ m^2$

$\rho_{aria} = 1.125\ kg\ m^{-3}$ $\quad \gamma_{combustibile} = .78\ kg\ l^{-1}$

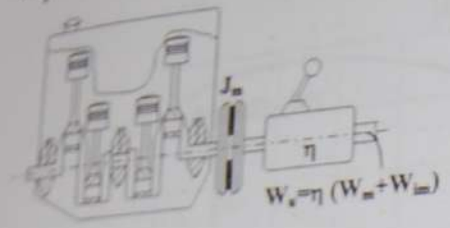
Applicando la : $W_m + W_r + W_p = dE/dt = -W_i$

$W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m$

$W_r = \dfrac{1}{2} \rho S C_x\ v^2 \text{vers}\,\vec{v} \times \vec{v} + \left(\vec{u} \wedge M\,\vec{g}\right) \times \vec{\omega}_r$

$$W_p = -(1-\eta)\, W_e = -(1-\eta)\left(\vec{M}_m \times \vec{\omega}_m - J_m \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m\right)$$

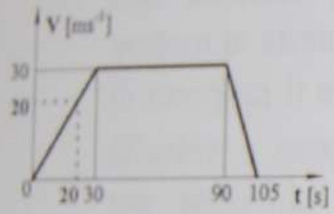
$$W_i = -M\,\vec{a} \times \vec{v} - 4 J_r\, \dot{\vec{\omega}}_r \times \vec{\omega}_r - J_m \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m$$



$\omega_r = \tau\,\omega_m$; $\dot{\omega}_r = \tau\,\dot{\omega}_m$; $v = \omega_r\, r$; $a = \dot{\omega}\, r$

$\tau = \tau_{cambio}\, \tau_{ponte}$ $\eta = \eta_{cambio}\, \eta_{ponte}$

- Al 20° secondo:



dalla legge oraria per l'istante considerato:
$a = 1\,\mathrm{ms^{-2}}$ $v = 20\,\mathrm{ms^{-1}}$

$$\eta M_m \frac{v}{r\,\tau_2} - \frac{1}{2}\rho S C_x v^3 - M g f_v\, v + - \eta J_m \frac{a\,v}{r^2\,\tau_2^{\,2}}$$

$$-M a v - 4 J_r \frac{a\,v}{r^2} = 0$$

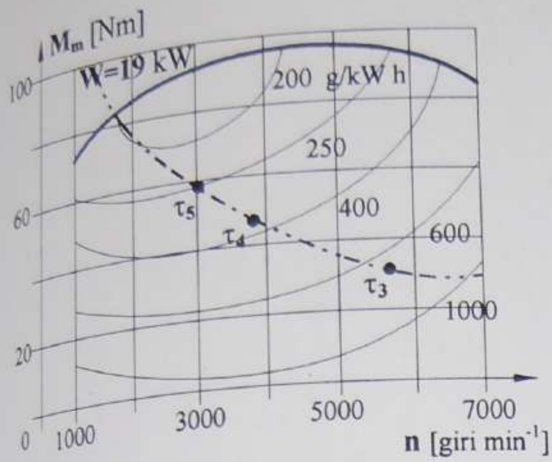
$M_m = 94\,\mathrm{N\,m}$ $n_m = 5602$ giri min^{-1}

- Tratto a $v = 30\,\mathrm{ms^{-1}} = \mathrm{cost}$

$W_i = 0$

$$\eta M_m \frac{v}{r\,\tau} - \frac{1}{2}\rho S C_x v^3 - M g f_v\, v = 0$$

$$W_m = 19\,\mathrm{kW} \quad \left(W_m = M_m \frac{v}{r\,\tau} = M_m \frac{2\pi n}{60}\right)$$



con inserito :

- τ_2 : $M_m = 22$ N m
  $n_m = 8404$ giri min^{-1}
- τ_3 : $M_m = 32$ N m
  $n_m = 5730$ giri *min*$^{-1}$
- τ_4 : $M_m = 47$ N m
  $n_m = 3820$ giri *min*$^{-1}$
- τ_5 : $M_m = 59$ N m
  $n_m = 3055$ giri *min*$^{-1}$

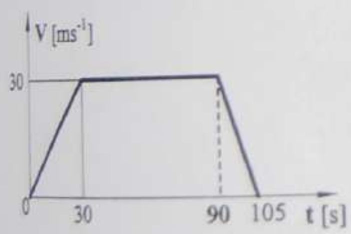
τ_2 : impossibile perché fuori del campo di funzionamento del motore

con τ_5 si ottiene il minor consumo : $\mathbf{c}_{specifico} = 250 \dfrac{\mathbf{g}}{\mathbf{kW\,h}}$

consumo orario $\mathbf{C = c_s\ W = 4750\ g/h}$

consumo per il tratto a velocità costante : $\mathbf{c} = \dfrac{\mathbf{C\,\Delta t}}{\gamma} = \mathbf{0.1\ l}$

- In frenatura :

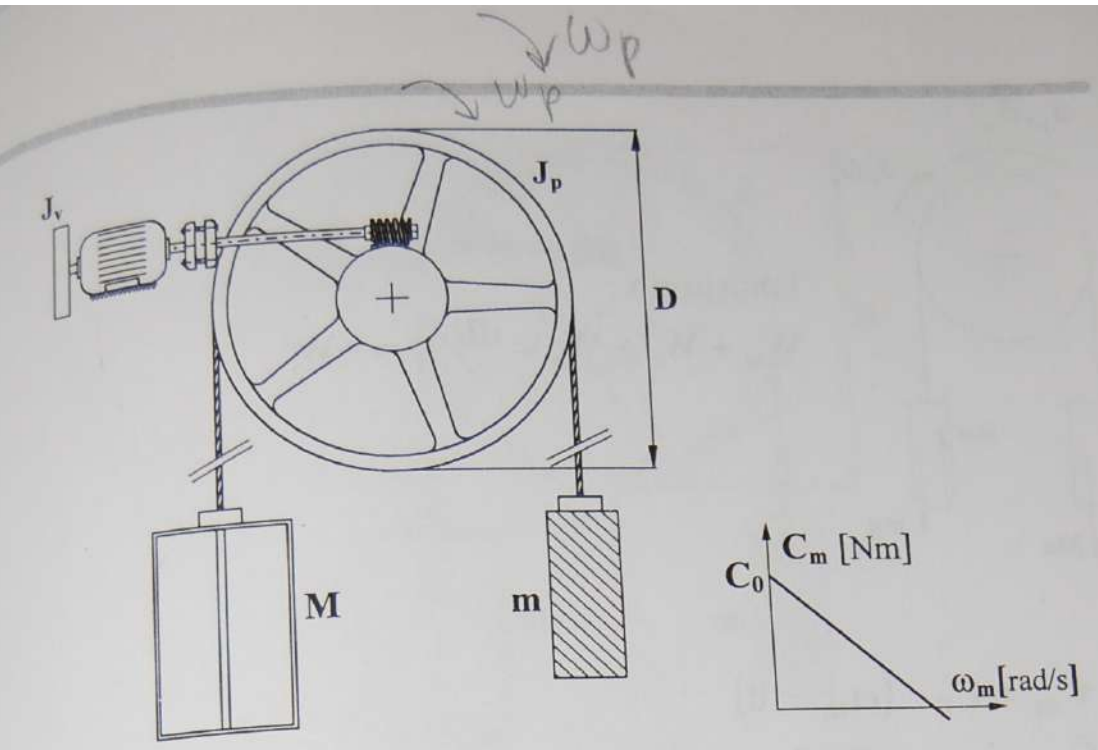


dalla legge oraria per l'istante considerato
$\mathbf{a = -2\ ms^{-2}} \quad \mathbf{v = 30\ ms^{-1}}$

$$-M_f \frac{v}{r} - \frac{1}{2} \rho S C_x v^3 - M g f_v v + \eta J_m \frac{a v}{r^2 \tau_2^2} +$$

$$+ M a v + 4 J_r \frac{a v}{r^2} = 0$$

$M_f = 1085$ N m



Per l'impianto montacarichi illustrato in figura la caratteristica del motore è $C_m = C_0 - k\,\omega_m$. Calcolare la velocità di regime in salita e valutare inoltre l'accelerazione allo spunto.

$C_0 = 140$ N m $\quad$ $k = 2$ N m s $\quad$ $M = 300$ kg $\quad$ $m = 120$ kg

$J_v = .01\ \mathrm{kg\,m^2}$ $\quad$ $J_P = 1\ \mathrm{kg\,m^2}$ $\quad$ $D = .5$ m $\quad$ $\tau = \frac{1}{5}$ $\quad$ $\eta = .8$

A regime : $\quad dE/_{dt} = 0 \qquad W_m + W_r + W_p = 0$

dove:

$$W_m = \vec{C}_m \times \vec{\omega}_m + m\vec{g} \times \vec{v}$$

$\omega m = \frac{v}{\tau r}$

essendo $\mathbf{v} = \omega_p\, r = \omega_m\, \tau\, r \qquad r = \frac{D}{2}$

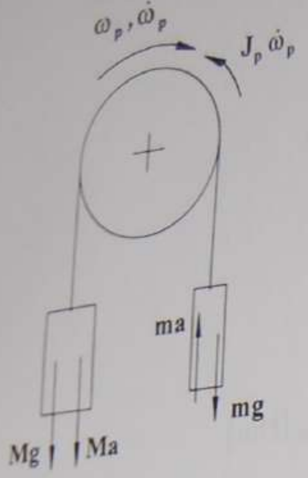
$\omega p = v/r$

$$W_r = M\vec{g} \times \vec{v}$$

$$W_p = -(1-\eta)\cdot(\vec{C}_m \times \vec{\omega}_m)$$

$$\sum W = 0 \qquad \eta(C_0 - k\,\omega_m)\,\omega_m + m\,g\,\omega_m\,\tau\frac{D}{2} - M\,g\,\omega_m\,\tau\frac{D}{2} = 0$$

$\omega_m = 14.81\ \mathrm{rs^{-1}} \qquad v = .74\ \mathrm{ms^{-1}}$



Transitorio :

$$\mathbf{W_m + W_r + W_p = dE/dt = -W_i}$$

dove : $\mathbf{C_m = C_0} \quad (\omega_m = 0)$

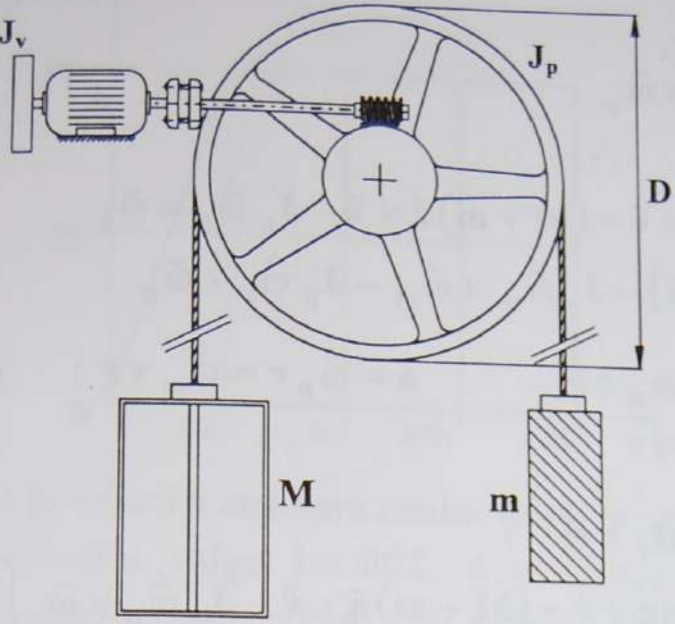
$$\mathbf{W_m = \vec{C}_0 \times \vec{\omega}_m + m\vec{g} \times \vec{v}}$$
$$\mathbf{W_r = M\vec{g} \times \vec{v}}$$
$$\mathbf{W_p = -(1-\eta)W_e}$$
$$\mathbf{W_e = \vec{C}_0 \times \vec{\omega}_m - J_v \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m}$$
$$\mathbf{W_i = -(M+m)\vec{a} \times \vec{v} - J_v \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m - J_p \dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p}$$

essendo : $\mathbf{a = \dot{\omega}_p r = \dot{\omega}_m \tau r}$

$$\sum W^{*} = 0$$

$$\mathbf{\vec{C}_0 \times \vec{\omega}_m + m\vec{g} \times \vec{v} + M\vec{g} \times \vec{v} - (1-\eta)\left(\vec{C}_0 \times \vec{\omega}_m - J_v \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m\right) +}$$
$$\mathbf{-(M+m)\vec{a} \times \vec{v} - J_v \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m - J_p \dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p = 0}$$

$$\mathbf{a = \frac{\eta C_0 + (m-M) g \tau r}{(M+m)\tau r + J_p \frac{\tau}{r} + J_v \frac{\eta}{\tau r}} = 1.01\ ms^{-2}}$$

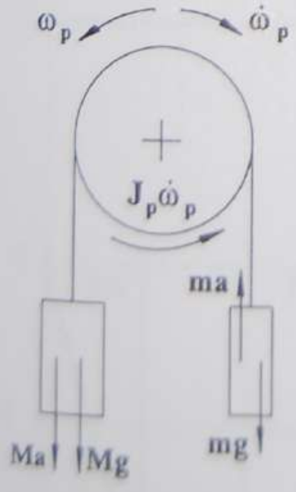


Per l'impianto montacarichi illustrato in figura determinare il valore della coppia frenante da applicare al volano perché la cabina scenda con $\mathbf{a = -.5\,ms^{-2}}$ quando il motore non eroghi coppia.

$\mathbf{M = 1200\ kg}$ $\qquad$ $\mathbf{m = 500\ kg}$ $\qquad$ $\mathbf{J_v = .3\ kg\,m^2}$ $\qquad$ $\mathbf{J_P = 3\ kg\,m^2}$

$\mathbf{D = 2\ m}$ $\qquad$ $\tau = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{50}}$ $\qquad$ $\eta_{\mathbf{diretto}} = \eta_{\mathbf{retrogrado}} = \mathbf{.75}$

Valutando versi e moduli di forze e coppie applicate al sistema:



e applicando la :

$$\mathbf{W_m + W_r + W_p = {}^{dE}\!/_{dt} = -W_i}$$

dove :

$$W_m = M\vec{g} \times \vec{v}$$

$$W_r = m\vec{g} \times \vec{v} + \vec{M}_f \times \vec{\omega}_m$$

$$W_p = -(1-\eta)\, W_e$$

$$W_e = M\vec{g} \times \vec{v} + m\vec{g} \times \vec{v} - (M+m)\vec{a} \times \vec{v} - J_p\, \dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p$$

$$W_i = -\left((M+m)\vec{a} \times \vec{v}\right) - J_v\, \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m - J_p\, \dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p$$

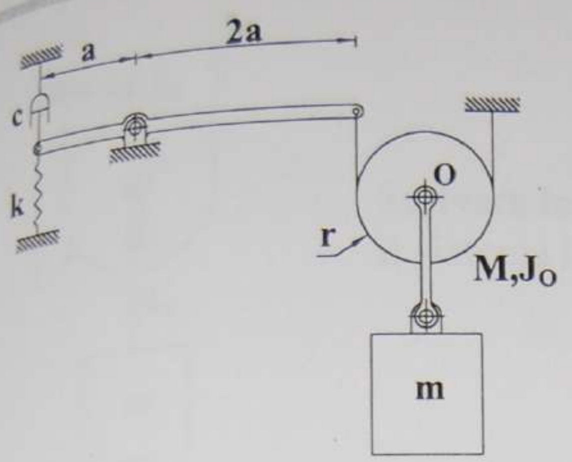
essendo : $v = \omega_p\, r = \omega_m\, \tau r \qquad \vec{a} = \dot{\vec{\omega}}_p\, r = \dot{\vec{\omega}}_m\, \tau r \; ; \qquad r = \dfrac{D}{2}$

$$\sum W^* = 0$$

$$\begin{aligned} &M\vec{g} \times \vec{v} + m\vec{g} \times \vec{v} + \vec{M}_f \times \vec{\omega}_m + \\ &-(1-\eta)\left[M\vec{g} \times \vec{v} + m\vec{g} \times \vec{v} - (M+m)\vec{a} \times \vec{v} - J_p\, \dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p\right] + \\ &-\left((M+m)\vec{a} \times \vec{v}\right) - J_v\, \dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m - J_p\, \dot{\vec{\omega}}_p \times \vec{\omega}_p = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_f = \tau \Big\{ &M g\, r - m g\, r - (1-\eta)\Big[M g r - m g r + (M+m)\, a\, r + \\ &+ J_p \frac{a}{r}\Big] + (M+m)\, a\, r + J_p \frac{a}{r} + J_v \frac{a}{r\tau^2} \Big\} \end{aligned}$$

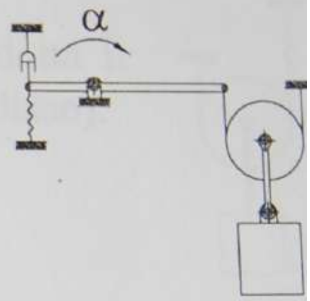
$$M_f = 123.3 \text{ Nm}$$

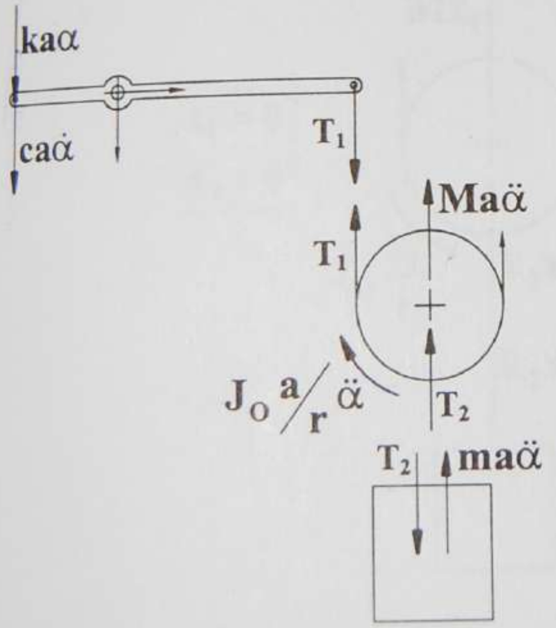


Scrivere l'equazione di equilibrio dinamico per il sistema in figura.

$$\left(J_O = \frac{1}{2} M r^2 \right)$$

Sistema a 1 G.d.L. per descrivere il quale si adotta la coordinata indicata.





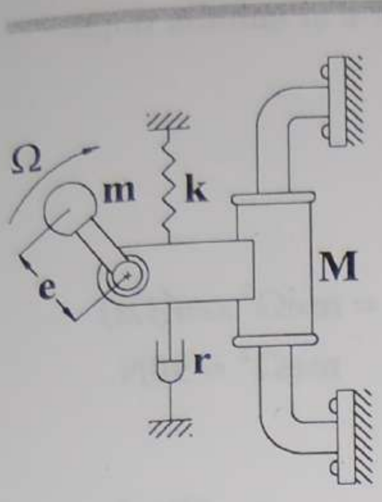
Dove :

$$T_1 = \frac{1}{2}\left(ca\dot{\alpha} + ka\alpha\right)$$

$$T_2 = ma\ddot{\alpha}$$

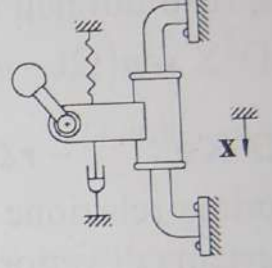
$$J_O\ddot{\alpha} + r^2(m + M)\ddot{\alpha} + r^2(c\dot{\alpha} + k\alpha) = 0$$

$$\left(m + \tfrac{3}{2}M\right)\ddot{\alpha} + c\dot{\alpha} + k\alpha = 0$$

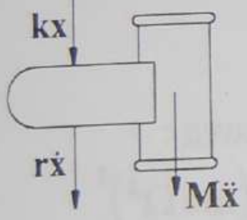


La massa $\mathbf{M'=9.5\ kg}$ trasla verticalmente collegata ad una molla $\left(\mathbf{k = 1000\ Nm^{-1}}\right)$ ed uno smorzatore $\left(\mathbf{r = 60\ Nsm^{-1}}\right)$ed è forzata dalla rotazione $\left(\mathbf{\Omega = 30\ rad\ s^{-1}\quad e = .2m}\right)$ della massa $\mathbf{m = .5\ kg}$. Sapendo che la massa **M'** è rilasciata inizialmente a **0.1m** dalla condizione di equilibrio statico, con velocità nulla, valutarne l'integrale generale del moto.

Sistema a 1 G.d.L. per descrivere il quale si adotta la coordinata indicata.



Moto libero :



$$\mathbf{M\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0}$$

Omogenea associata $\left(\mathbf{M = M' + m}\right)$

Pulsazione propria del sistema non smorzato : $\omega = \sqrt{k/M} = \mathbf{10\ rad\ s^{-1}}$

$\mathbf{r < r_c = 2M\omega = 200\ Nsm^{-1}}$ ($\mathbf{r_c}$: smorzamento critico)

L'integrale dell'omogenea associata è quindi :

$$\mathbf{x_{lib} = e^{-\alpha t}\ E\ sen\left(\omega^* t + \theta\right)} \qquad \text{Dove : } \quad \alpha = \mathbf{r/_{2M} = h\omega} \quad \mathbf{h = r/_{r_c} = .3}$$

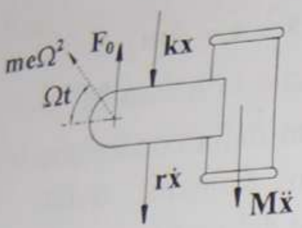
$$\omega^* = \omega\sqrt{1-h^2} = \sqrt{k/_M - \left(r/_{2M}\right)^2} = \mathbf{9.54\ rad\ s^{-1}}$$

$$\text{Per} \quad \mathbf{t = 0} \quad \begin{cases} \mathbf{x(0) = E\ sen\,\theta = .1\ m} \\ \mathbf{\dot{x}(0) = -h\,\omega\,E\ sen\,\theta + \omega\sqrt{1-h^2}\ E\ cos\,\theta = 0} \end{cases}$$

$$tan\,\theta = \sqrt{1-h^2}\big/_h = .95\big/_{.3} \qquad \theta = 72.54° \qquad \mathbf{E = .105\ m}$$

Il moto è di ampiezza esponenzialmente decrescente e si annulla dopo un certo intervallo di tempo. Resta il moto forzato.

Moto forzato :



$$M\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \qquad F_0 = me\Omega^2\, sen(\Omega t)$$
$$me\Omega^2 = 90N$$

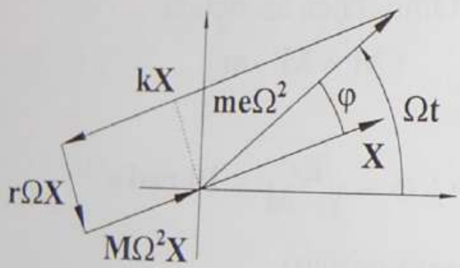
Integr. particolare : $x_{forz} = X\, sen\left(\Omega t - \varphi\right)$ o anche $x_{forz} = X\, e^{i(\Omega t - \varphi)}$

Che, sostituiti nell'equazione d'equilibrio, danno rispettivamente :

$$M\,\Omega^2 X\, sen\left(\Omega t - \varphi\right) - r\,\Omega\, X\, cos\left(\Omega t - \varphi\right) - k\, X\, sen\left(\Omega t - \varphi\right) + F_0 = 0$$

$$M\Omega^2 X e^{i(\Omega t - \varphi)} - r\,\Omega\, X e^{i\left(\Omega t - \varphi + \pi/2\right)} - k\, X e^{i(\Omega t - \varphi)} + me\,\Omega^2\, e^{i\Omega t} = 0$$

La prima relazione può vedersi istituita tra le componenti verticali di un sistema di vettori completamente descritto dalla seconda relazione.
La rappresentazione grafica (ampiezze e fase qualitative) è :



Dal poligono vettoriale si ricava :

$$\left(kX - M\Omega^2 X\right)^2 + \left(r\Omega X\right)^2 = \left(me\,\Omega^2\right)^2$$

$$X = \frac{me\,\Omega^2}{\sqrt{\left(k - M\,\Omega^2\right)^2 + \left(r\Omega\right)^2}} = 10.9 \text{ mm}$$

$$tan\,\varphi = \frac{r\,\Omega}{k - M\,\Omega^2} = -.225 \qquad \varphi = 167.3°$$

L'integrale generale è :

$$x = x_{lib} + x_{forz} = e^{-\alpha t}\, E\, sen\left(\omega^{*} t + \theta\right) + X\, sen\left(\Omega t - \varphi\right)$$

$$x = e^{-3t}\, .105\, sen(9.54t + 72.54°) + .047\, sen\left(30t - 167.3°\right)$$