

# Capitolo 1

## Generalità sulle macchine elettriche

### **1.1 Introduzione**

### **1.2 Un po' di gergo**

### **1.3 Rendimento e perdite**

### **1.4 Un cenno ai materiali**

### **1.5 Principio di funzionamento dei generatori**

### **1.6 Campo magnetico rotante**

### **1.7 Riscaldamento delle macchine elettriche**

### **Appendice: la tensione ai capi di un induttore**

### **Sommario**

In questo capitolo tenteremo di capire, senza scendere nei dettagli costruttivi, come un alternatore ed un motore funzionino, quali siano i materiali più di frequente utilizzati nella costruzione delle macchine elettriche, come si definisca e si valuti il rendimento e quali strategie si utilizzino per aumentarlo. Queste sono solo alcune delle domande cui cercheremo di dare una risposta.

## 1.1 Introduzione

Scopo di questo capitolo è capire come funziona un motore elettrico, quali i principi generali che consentono la trasformazione di energia meccanica in energia elettrica. E poi, che cosa è un alternatore, come si definisce, si valuta, magari, si incrementa, il rendimento di una macchina elettrica e quali i materiali più frequentemente utilizzati nelle cosiddette ‘costruzioni elettromeccaniche’.

Come si intuisce, si tratta di argomenti dai quali qualunque studio attento delle macchine elettriche non può prescindere. Ciò che segue ha, dunque, lo scopo di fornire qualche informazione di carattere generale, comune a tutte le macchine elettriche, attirando la vostra attenzione su quelli che vengono chiamati i ‘concetti di base’, piuttosto che sui dettagli costruttivi. Tenteremo, per grosse linee, di descrivere il funzionamento dei generatori, anche detti alternatori, e dei motori, eliminando, però, tutti quei particolari costruttivi, peraltro utilissimi, ma che, se raccontati a questo stadio di apprendimento, risultano soltanto inutili distrazioni. Non preoccupatevi troppo, comunque: tutto si chiarirà, pian piano, ... strada facendo.

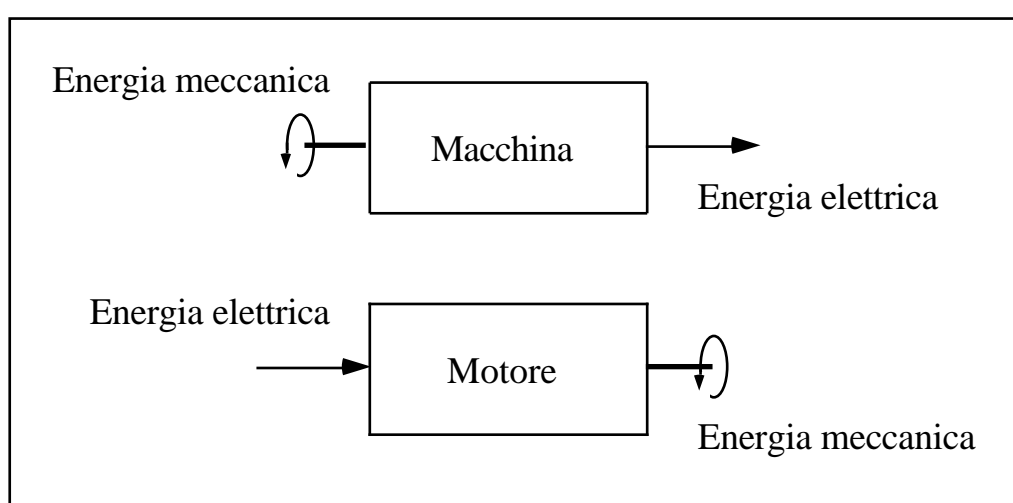
Di una cosa, però, siamo sicuri: una macchina elettrica è costituita da opportuni avvolgimenti, realizzati su ferro. Per questo è stata per noi un’esigenza irrinunciabile concludere questo capitolo con un’appendice nella quale si definisce sotto quali condizioni la tensione ai capi di un induttore si possa interpretare come una differenza di potenziale  $e$ , pertanto, quando un dato avvolgimento possa essere compiutamente descritto per mezzo di un bipolo induttore che, come certamente ricorderete, ha lo scopo di immagazzinare l’energia magnetica.

## 1.2 Un po’ di gergo

Lo studio delle macchine elettriche non può essere adeguatamente intrapreso senza l’introduzione di alcuni termini che, nel seguito, useremo frequentemente. Senza alcuna pretesa di spiegare compiutamente i dispositivi e gli apparati che qui introdurremo, vogliamo iniziare presentando il gergo comunemente adoperato dagli esperti di macchine elettriche.

In una accezione del tutto generale, chiameremo **macchina elettrica** un qualunque apparato, funzionante sulle basi delle leggi dell’Elettromagnetismo, che sia in grado di convertire energia meccanica in energia elettrica, ovvero di realizzare la trasformazione inversa, cioè trasformare energia elettrica in energia meccanica: questa definizione va opportunamente completata aggiungendo nel novero delle macchine elettriche anche tutti quei dispositivi che consentono di modificare il valore oppure le caratteristiche di una grandezza elettrica. Per

rendere più esplicito quanto detto, si parla di **macchina**, senza aggiungere altro, ogni qual volta si ha a che fare con un dispositivo che realizzi la conversione di energia meccanica, o qualsiasi altra forma di energia, in energia elettrica: pensate, ad esempio, ai generatori di tensione che abbiamo introdotto studiando la teoria delle reti; non sappiamo bene secondo quali trasformazioni energetiche funzionino, ma siamo certi che si tratta di bipoli i quali, a spese di un'altra forma di energia, mettono a disposizione del circuito, a cui sono collegati, una certa quantità di energia elettrica. Invece, si chiama **motore** un qualsiasi apparato che realizza la conversione duale, quella, cioè, che trasforma l'energia elettrica in energia meccanica.



**Figura 1.1:** definizione di macchina e motore elettrico.

Le macchine elettriche vengono, poi, tradizionalmente divise in due grandi gruppi: macchine statiche e macchine rotanti.

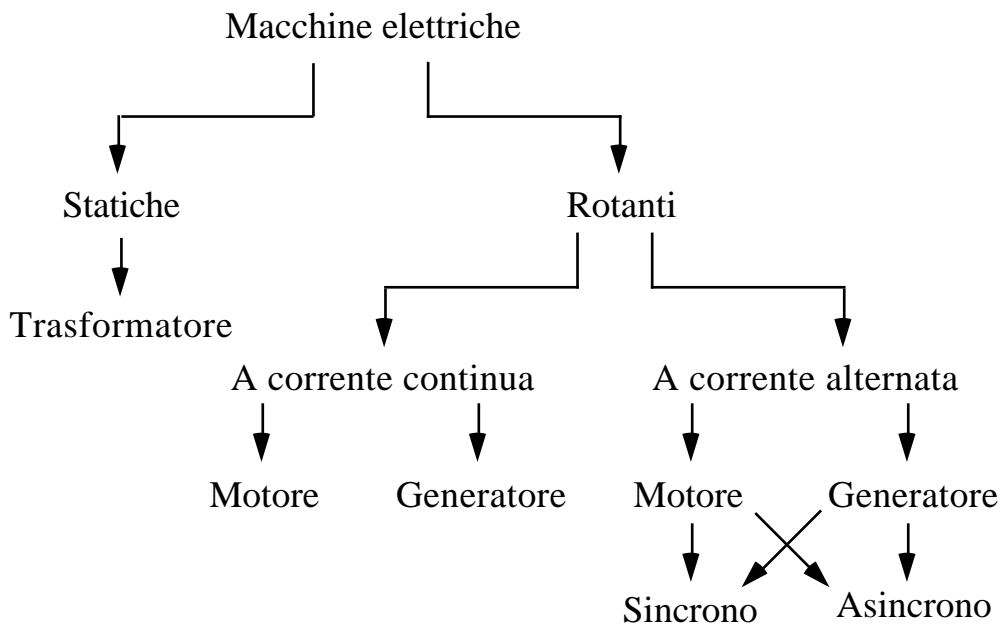
Le **macchine statiche**, così dette perché prive di parti in movimento, modificano il valore della corrente o della tensione alternata forniti in ingresso mantenendo pressoché inalterato il valore della potenza: a questa prima categoria appartiene, senza dubbio, il **trasformatore**.

Le **macchine rotanti**, nelle quali è presente una parte che ruota attorno ad un asse, appartengono a tre tipi fondamentali: il **tipo sincro**, che opera in regime sinusoidale e con velocità di rotazione costante; il **tipo asincro**, che funziona sempre in regime sinusoidale con una velocità di rotazione dipendente dal campo magnetico interno alla macchina e variabile con il carico; il **tipo a corrente continua**, che opera in regime stazionario, poiché l'energia viene fornita o prodotta in corrente continua.

Infine, una menzione particolare meritano tre dispositivi che svolgono importanti funzioni che sono chiarite dalla stessa definizione: il **convertitore**, che modifica

la frequenza delle grandezze alternate, realizzando una trasformazione della frequenza del segnale di ingresso oppure trasformando le grandezze alternate in grandezze continue; l'**invertitore** che trasforma grandezze continue in alternate; il **raddrizzatore** che converte grandezze alternate in grandezze a valor medio non nullo, da cui si estrae una grandezza continua.

Lo schema che segue riassume in forma grafica le principali classificazioni delle macchine elettriche date in precedenza.



### 1.3 Rendimento e perdite

I materiali che costituiscono una macchina elettrica sono soggetti a perdite di varia natura durante il funzionamento: possono essere sia perdite nei conduttori che costituiscono gli avvolgimenti, tipicamente di rame, sia perdite nel ferro e, nel caso delle macchine rotanti, perdite meccaniche, per attrito e ventilazione, che devono essere tenute in debito conto. Tra poco discuteremo dettagliatamente le perdite elettriche, dedicando solo pochi cenni a quelle meccaniche. Comunque, siano elettriche o meccaniche, una macchina elettrica è sede di perdite.

#### • Rendimento

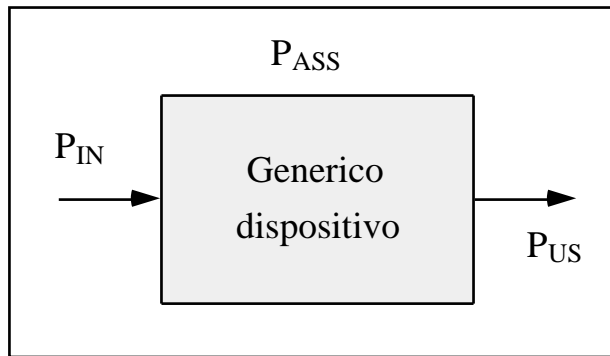
Prima di esaminare queste perdite in qualche dettaglio, però, definiamo il rendimento. Ogni apparato (passivo) funziona per effetto di una potenza fornita in ingresso  $P_{IN}$  e restituisce una potenza in uscita  $P_{US}$ , come schematicamente indicato in Figura 1.2. La differenza

$$P_{ASS} = P_{IN} - P_{US}$$

rappresenta la potenza assorbita dall'apparecchio nel suo funzionamento.

Chiameremo **rendimento** il rapporto tra la potenza resa in uscita e quella fornita in ingresso

$$= \frac{P_{US}}{P_{IN}} .$$



**Figura 1.2:** definizione del rendimento.

Questo rapporto, sempre più piccolo dell'unità, può anche essere espresso nelle due forme equivalenti

$$= \frac{P_{IN} - P_{ASS}}{P_{IN}} = \frac{P_{US}}{P_{US} + P_{ASS}} ,$$

e nel seguito discuteremo in quali circostanze sia più utile usare l'una o l'altra forma. È abitudine diffusa introdurre anche il rendimento percentuale, dato da

$$\% = 100 \cdot \frac{P_{US}}{P_{IN}} .$$

Diremo, pertanto, che un certo motore ha un rendimento  $\eta = 0.82$  (o  $\eta = 82\%$ ) intendendo che restituisce l'82% della potenza fornitagli in ingresso. Il rimanente 18% viene perduto sotto forma di perdite elettriche o meccaniche.

Infine, è ovvio che il rendimento è un numero sempre compreso tra zero e uno

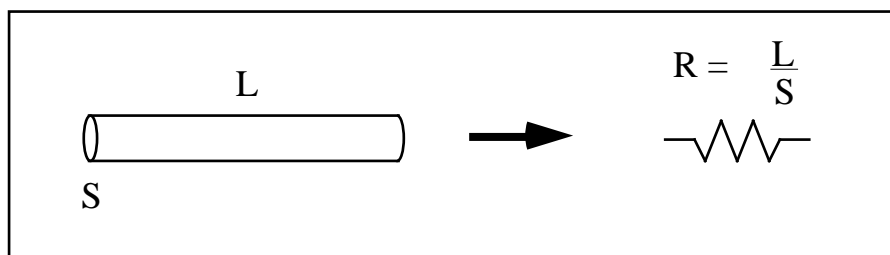
$$0 \leq \eta \leq 1 ,$$

dato che, essendo il dispositivo passivo, la potenza resa in uscita è necessariamente più piccola di quella fornita in ingresso.

Uno dei problemi fondamentali che ci impegnerà non poco, durante l'intero studio delle macchine elettriche, è la messa a punto di tutte quelle strategie che consentano di aumentare il rendimento di una macchina. E questo, credeteci, non è un affare semplice ... come avrete modo di constatare, di qui a non molto.

#### • Perdite nel rame

La Figura 1.3 ha lo scopo di ricordare che un conduttore percorso da una corrente si può approssimare con un resistore.



**Figura 1.3:** resistenza associata ad un filo conduttore.

Gli avvolgimenti di una macchina elettrica, che sono dei conduttori tipicamente di rame ( $\rho_{Cu} = 58 \text{ MS/m}$ ), sono, dunque, sede di perdite per effetto Joule, rappresentabili per mezzo della relazione

$$P_{Cu} = R I^2 .$$

Se siamo in regime stazionario,  $I$  rappresenta la corrente che passa attraverso il resistore; in regime sinusoidale,  $I$  rappresenta, invece, il valore efficace della corrente. Per calcolare il corretto valore di resistenza da inserire in questa formula, è necessario considerare il numero totale di avvolgimenti sede di perdite, sia nell'indotto che nell'induttore, numero che dipende dal tipo di macchina, monofase o trifase. Cosa compiutamente significhi tutto ciò, sarà chiarito più avanti, tuttavia vale la pena precisare che il **circuito induttore** (anche detto circuito di eccitazione della macchina) ha lo scopo di creare il campo magnetico mediante la circolazione di corrente (anche detta di eccitazione) nei conduttori che lo costituiscono, mentre il **circuito indotto** raccoglie le variazioni del campo magnetico, diventando sede di tensioni e correnti indotte, che, durante il funzionamento della macchina, contribuiscono a determinare il campo magnetico complessivo e l'insieme delle azioni esercitate da questo avvolgimento prende il nome di **reazione di indotto**.

Comunque, nel caso di conduttori di rame funzionanti con una densità di corrente di  $4 \text{ A/mm}^2$ , la perdita specifica, intesa come perdita per unità di massa, è pari circa a  $40 \text{ W/kg}$ .

### • Perdite nel ferro

Un materiale ferromagnetico, che talvolta indicheremo genericamente come 'ferro', quando viene immerso in un campo magnetico variabile, finisce per riscaldarsi. Questo innalzamento di temperatura è sostanzialmente dovuto a due tipi di perdite:

- le perdite per correnti parassite;
- le perdite per isteresi.

Prima di esaminare questi due fenomeni dissipativi, diciamo subito che essi comportano una trasformazione dell'energia del campo elettromagnetico in energia termica, che si manifesta sotto forma di innalzamento della temperatura media del materiale. Ora, questa perdita di energia, che non viene utilizzata per gli scopi per i quali la macchina è stata progettata, produce un eccesso di energia termica che rappresenta uno dei più grossi problemi per le macchine elettriche, soprattutto per quelle che devono lavorare per elevati valori di potenza, dato che, se diventasse troppo sostenuta, potrebbe danneggiare in maniera irreversibile il comportamento dell'intero apparato. Il buon progetto di una macchina, pertanto, non può prescindere da un adeguato sistema di raffreddamento che abbia lo scopo di 'estrarre', dalle parti più importanti e delicate del nostro apparato, quel calore in eccesso che potrebbe risultare oltremodo dannoso.

Cerchiamo, allora, di spiegare quali processi fisici sono alla base di queste perdite.

#### » Perdite per correnti parassite

Si consideri il cilindro conduttore, di resistività  $\rho$ , mostrato in Figura 1.4 e si supponga che esso sia immerso in un campo di induzione magnetica, uniforme nello spazio e diretto parallelamente all'asse del cilindro, descritto da un'unica componente che varia, nel tempo, secondo la funzione sinusoidale di pulsazione

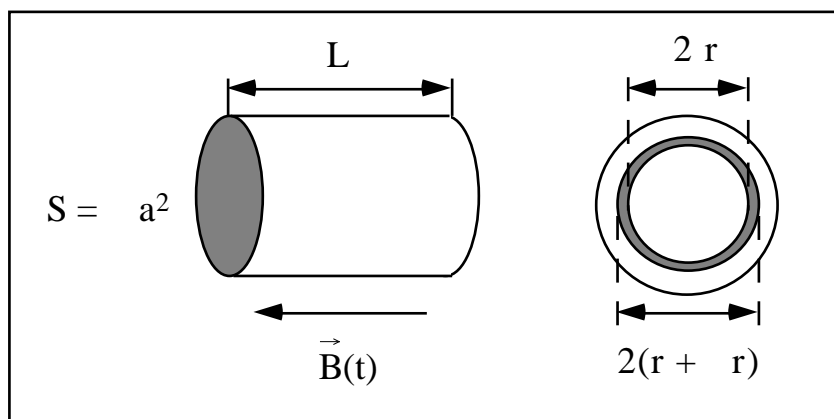
$$B(t) = B_M \sin(\omega t) = B \sqrt{2} \sin(\omega t) .$$

In forma simbolica, questa senoide si può rappresentare, facendo una convenzione ai valori efficaci, per mezzo del numero complesso

$$B(t) \quad \overline{B} = B .$$

Fate attenzione a non confondere il fasore  $\bar{B}$ , che è un numero complesso, con il vettore  $\vec{B}(t)$ , che è un vettore reale e rappresenta il campo di induzione magnetica. Immaginiamo che il conduttore sia composto da tanti tubi cilindrici coassiali di piccolo spessore, che indicheremo con  $r$ . Il generico tubo di raggio interno  $r$ , spessore  $\delta$  e lunghezza  $L$ , può essere pensato come una spira che si concatena con il flusso  $\vec{B}(t)$  sinusoidale, anch'esso esprimibile in forma simbolica

$$\Phi(t) = \int_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{S} = \int_S B(t) \cos\theta \, dS = \int_S B(t) \, dS = \bar{\Phi} e^{j\omega t} = \bar{\Phi} \bar{B} = \bar{\Phi} \bar{B} .$$



**Figura 1.4:** calcolo delle correnti parassite indotte in un cilindro conduttore.

Dalla legge dell'induzione elettromagnetica, o legge di Faraday - Neumann, è noto che nella spira si induce una forza elettromotrice, ovviamente sinusoidale, rappresentabile come

$$e(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad \bar{E} = - j \omega \bar{\Phi} = - j \omega \bar{\Phi} \bar{B} .$$

Questa forza elettromotrice tende a far circolare una corrente nella spira che fluisce, dunque, in circuiti circolari coassiali col cilindro. La conduttanza, offerta dalla spira al passaggio della corrente, ricordando la seconda legge di Ohm, vale

$$G = \frac{L}{2\pi r} ,$$

mentre il valore efficace della corrente che circola nella spira, trascurando l'induttanza della spira stessa, è pari a

$$I = E \quad G = E \frac{L}{2\pi r} .$$



La potenza attiva  $P$

$$P = E I = E^2 G,$$

dissipata nella spira per effetto Joule e legata al passaggio di questa corrente, in forza delle precedenti espressioni, diventa

$$P = \frac{L}{2} \omega^2 B^2 r^3 \pi r.$$

Soffermiamoci un momento a riflettere su come abbiamo ottenuto questa potenza: abbiamo immerso un cilindro conduttore in un campo di induzione magnetica, uniforme nello spazio e variabile sinusoidalmente nel tempo; nel conduttore, per effetto del campo elettrico indotto, si è creata una circolazione di corrente, determinata facendo 'a fettine' il cilindro; per ciascuna porzione, dopo averne valutato la conduttanza, si è calcolato la corrente e, quindi, la potenza in essa dissipata. Ora, è chiaro che le quantità finite, indicate con la lettera greca  $\omega$ , possono essere considerate indefinitamente piccole, operando la sostituzione formale della ' $\omega$ ' con la 'd'. Facciamo ciò allo scopo di integrare rispetto al raggio, per calcolare la potenza  $P$ , complessivamente assorbita dal cilindro:

$$P = \frac{L}{2} \omega^2 B^2 \int_0^a r^3 dr = \frac{L}{2} \omega^2 B^2 \frac{a^4}{8}.$$

Volendo mettere in evidenza la potenza  $P_{CP}$ , dovuta alle correnti parassite, anche dette di Foucault, ed assorbita nell'unità di volume, si può anche scrivere

$$P_{CP} = \frac{P}{a^2 L} = \omega^2 B^2 \frac{a^2}{8}, = \frac{\omega^2 f^2 B_M^2 a^2}{4}.$$

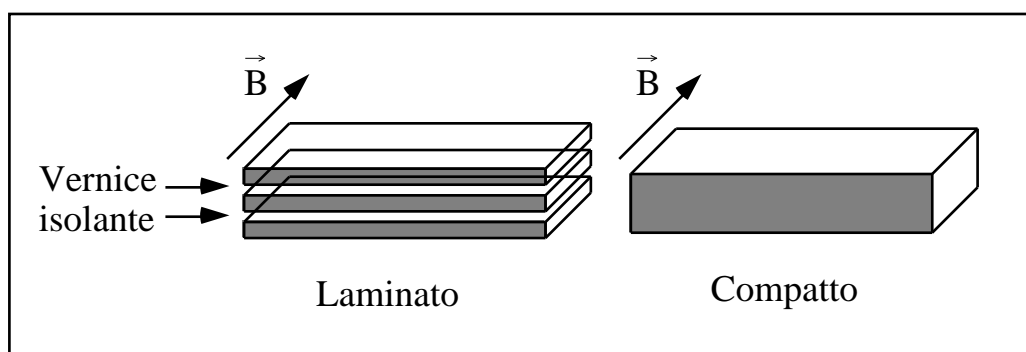
dove il pedice 'CP' sta per correnti parassite. Questa formula mette chiaramente in risalto che la potenza per unità di volume, assorbita in un conduttore per correnti parassite, dipende dal quadrato sia della frequenza che del valore efficace del campo. Formule diverse si possono ricavare per conduttori di forma diversa, ma la precedente espressione fornisce un'indicazione del modo in cui influiscono sulle perdite alcuni parametri

$$P_{CP} = k_{CP} B_M^2 f^2 .$$

La costante  $k_{CP}$ , seppur ricavata nel caso particolare di conduttore cilindrico

$$k_{CP} = \frac{2}{4} \frac{a^2}{4} = \frac{S}{4} ,$$

dipende, ovviamente, dal tipo di materiale e dalla geometria che si considera. Si noti come, mantenendo fissi tutti gli altri parametri, questa costante dipende dalla superficie della sezione trasversa del conduttore. Ne deriva l'opportunità, quando è possibile, di sostituire a un unico conduttore un insieme di conduttori, isolati tra loro per mezzo di una vernice isolante oppure semplicemente dell'ossido che tra essi si forma, aventi sezione globale equivalente, ma con sezione individuale ridotta: è molto diffuso l'uso di laminati, anziché di materiali massicci. Ovviamente la laminazione va effettuata in senso parallelo alla direzione di magnetizzazione.



**Figura 1.5:** materiale ferromagnetico composto da lamierini sovrapposti.

Lo spessore tipico dei lamierini dipende dalle applicazioni cui sono destinati ma è, comunque, di pochi millimetri.

» Perdite per isteresi

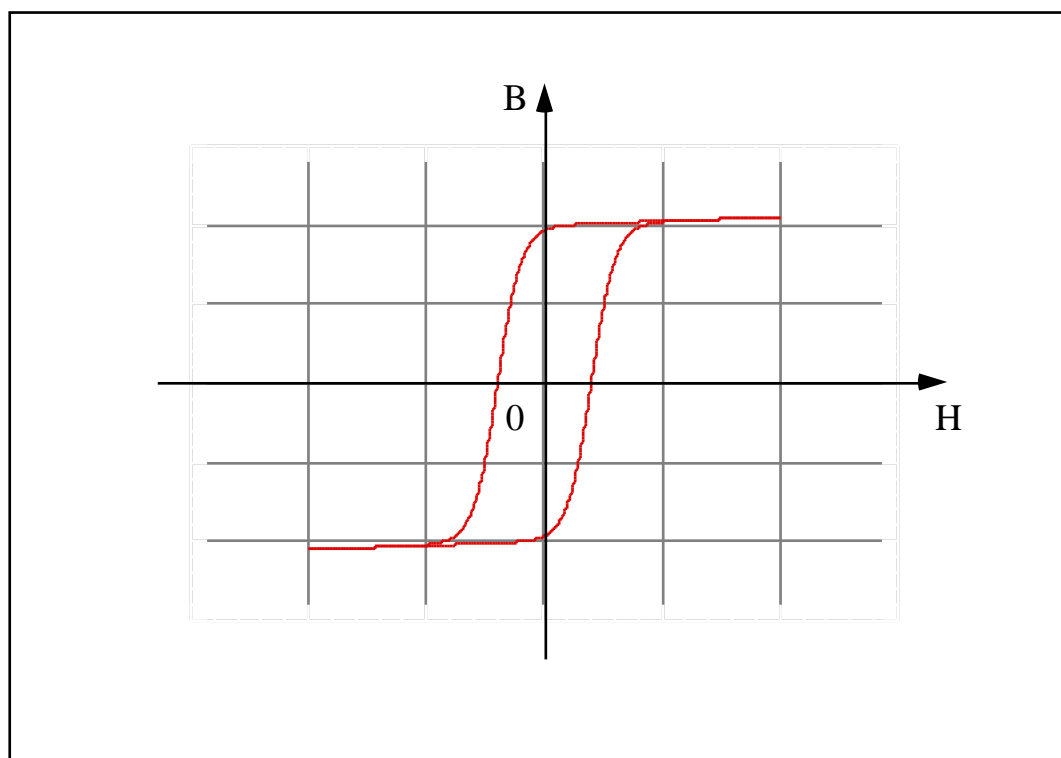
Si consideri, poi, il caso, comune in tutte le macchine elettriche, di un circuito magnetico, costituito da materiale ferromagnetico, sede di flusso variabile sinusoidalmente nel tempo. Il materiale non solo è dotato di una certa conduttività che determina, come abbiamo appena visto, la presenza di correnti parassite e, dunque, di una potenza perduta non trascurabile, ma è anche sede di potenza perduta per isteresi. La Figura 1.6 rappresenta un ciclo di isteresi.

Uno studio sperimentale, condotto su diversi tipi di materiali ferromagnetici, mostra che le perdite di potenza attiva per unità di volume  $P_I$ , dovute all'isteresi di

un materiale sottoposto a magnetizzazione ciclica alternativa, sono proporzionali all'area del ciclo di isteresi e possono essere espresse per mezzo della relazione

$$P_I = k_I f B_M ,$$

dove  $k_I$  rappresenta un coefficiente che dipende dal materiale,  $f$  è la frequenza,  $B_M$  è il valore massimo di induzione magnetica ed  $n$ , detto coefficiente di Steinmetz, è un numero reale, compreso tra 1.6 e 2, che dipende dal valore massimo dell'induzione magnetica e che va determinato sperimentalmente.



**Figura 1.6:** ciclo di isteresi.

Approssimativamente si può dire che l'esponente di Steinmetz assume i valori

$$n = \begin{cases} 1.6 , & \text{per } B_M < 1 \text{ T} ; \\ 2 , & \text{per } B_M \geq 1 \text{ T} . \end{cases}$$

» Cifra di perdita

Sommando le perdite per correnti parassite e per isteresi, si ottiene la perdita complessiva nel ferro che, riferita all'unità di volume, vale

$$P_{Fe} = P_{CP} + P_I = k_{CP} B_M^2 f^2 + k_I f B_M .$$

Questa formula risulta, tuttavia, di non facile applicazione, data la difficoltà di calcolo di tutti i parametri presenti, e, per caratterizzare il comportamento di un determinato materiale riguardo alle perdite, viene spesso utilizzata anche la cosiddetta **cifra di perdita**, che rappresenta la potenza perduta in un chilogrammo di materiale ferromagnetico quando esso è sottoposto ad un campo di induzione sinusoidale, con frequenza di 50 Hz e valore massimo prestabilito di induzione magnetica (che può essere di 1 T oppure di 1.5 T a seconda dei casi). La cifra di perdita, espressa in watt al chilogrammo, è quindi il parametro più significativo per rappresentare in modo sintetico la bontà del materiale sotto l'aspetto delle perdite; tecnicamente esso è l'unico parametro fornito dai produttori di materiali magnetici, essendo di scarsa utilità pratica la conoscenza dei vari coefficienti che compaiono nelle diverse formule, tra l'altro approssimate, utili essenzialmente per la comprensione dei fenomeni. Informazioni più complete, ma non molto diffuse, sono i vari diagrammi sperimentali sull'andamento delle perdite al variare dei parametri più importanti.

Per avere un'idea dell'ordine di grandezza della cifra di perdita, si ricordi che lamierini di ferro al silicio di spessore (0.35 ÷ 0.5) mm, con tenore di silicio (0.1 ÷ 5)%, hanno cifre di perdita che vanno da circa 0.8 W/kg, per basso spessore ed alto tenore di silicio, a circa 3 W/kg, per elevato spessore e basso tenore di silicio. Attualmente i materiali più usati per le costruzioni elettromeccaniche hanno cifre di perdita intorno a 1 W/kg.

La cifra di perdita viene generalmente riferita a lamiere nuove e, nella valutazione delle perdite nel ferro, si deve tener conto di un aumento di circa il 10% per l'invecchiamento del materiale e per le lavorazioni meccaniche a cui i lamierini vengono sottoposti durante le diverse fasi di costituzione dei nuclei magnetici.

Riassumendo, i due tipi di perdite esaminate vengono normalmente indicate come **perdite nel ferro** e costituiscono un inconveniente non soltanto per l'abbassamento del rendimento globale della macchina, ma anche, e soprattutto, per gli effetti termici connessi con lo sviluppo di calore conseguente. La loro presenza richiede, pertanto, una serie di provvedimenti, che si possono riassumere nella laminazione e nell'uso di leghe speciali, che hanno lo scopo di mantenerle entro limiti economicamente accettabili e che esamineremo, in maggior dettaglio, più avanti.

#### • **Perdite negli isolamenti**

Anche negli isolamenti delle macchine elettriche vi sono delle perdite di potenza attiva, dette **perdite dielettriche**. Esse sono dovute al fenomeno dell'isteresi dielettrica che si ha nel funzionamento in corrente alternata: variando con

continuità la polarità della tensione agente su uno strato isolante, si verifica, in modo analogo a quanto avviene in un condensatore reale, l'inversione ciclica del verso della polarizzazione delle molecole dell'isolante, con un conseguente movimento di cariche elettriche che genera una dissipazione di energia elettrica all'interno dell'isolante. La perdita specifica, per unità di massa, è data dalla relazione

$$P_{DI} = \frac{1}{d} E^2 \tan \delta$$

dove  $\omega$  è la pulsazione della tensione applicata,  $\epsilon$  è la costante dielettrica del materiale,  $d$  rappresenta la sua densità,  $E$  è l'intensità del campo elettrico agente sullo spessore di isolante considerato e  $\tan \delta$  è il cosiddetto fattore di dissipazione del materiale. Queste perdite dielettriche sono dell'ordine di pochi milliwatt per chilogrammo, assai più piccole delle perdite specifiche nel ferro, e possono essere sempre trascurate nel computo della potenza totale perduta da una macchina elettrica. Invece, esse vanno tenute in debito conto nel dimensionamento degli isolamenti al fine di evitare che riscaldamenti localizzati pregiudichino l'integrità dell'isolamento della macchina.

#### • Perdite meccaniche

La stima delle perdite meccaniche è assai difficile da fare analiticamente, a causa della diversa natura delle stesse, e viene, di solito, ricavata in maniera sperimentale. Comunque, per le macchine rotanti, come i motori asincroni oppure i generatori sincroni, è necessario considerare le perdite meccaniche, ascrivibili ai seguenti motivi:

*perdite per attrito* nei cuscinetti di supporto nell'albero motore, dipendenti dal peso della parte rotante e proporzionali alla velocità di rotazione;

*perdite per ventilazione*, dovute essenzialmente all'attrito tra le parti in rotazione e l'aria circostante, rappresentano il grosso delle perdite meccaniche e sono proporzionali al cubo della velocità di rotazione;

*perdite per attrito tra spazzole e collettore*, si verificano nelle macchine, come quelle a corrente continua, in cui, per stabilire il contatto tra due circuiti elettrici, vengono appoggiate delle spazzole conduttrici fisse su un particolare organo rotante, detto collettore, e sono proporzionali alla superficie delle spazzole, alla pressione sulla superficie di appoggio ed alla velocità del collettore.

#### • Perdite addizionali

Le perdite addizionali sono tutte quelle perdite che si verificano nel funzionamento di una macchina in aggiunta a quelle principali, cioè a quelle ohmiche, nel ferro e meccaniche. Sono di difficile valutazione analitica e vengono determinate sperimentalmente, come differenza tra la potenza totale perduta e la somma delle perdite principali. La maggior parte delle perdite addizionali è dovuta all'azione dei flussi magnetici variabili nel tempo su parti metalliche conduttrici, come le parti strutturali delle macchine, gli alberi meccanici, e così via. Questi flussi determinano delle correnti parassite e, se la parte interessata ha anche un comportamento magnetico, dei cicli di isteresi, con conseguente perdita di potenza attiva.

## 1.4 Un cenno ai materiali

Diamo, ora, qualche rapida informazione sui più comuni materiali che costituiscono le varie parti di una macchina elettrica. Di volta in volta, quando ci tornerà utile, approfondiremo le nozioni contenute in questo paragrafo, che fornisce, comunque, un quadro generale di riferimento per i materiali.

Una classificazione dei materiali usati nelle macchine elettriche è la seguente:

- materiali conduttori;
- materiali isolanti;
- materiali magnetici;
- materiali strutturali.

### • Materiali conduttori

I conduttori vengono generalmente adoperati per formare i circuiti interni alle macchine elettriche e devono presentare un elevato valore di conducibilità elettrica: quelli più comunemente usati per realizzare gli avvolgimenti sono il rame e l'alluminio. Il primo, come certamente ricorderete, ha una resistività  $\rho_{Cu} = 0.01724 \mu \text{ m}$  a  $20^\circ\text{C}$ ; il secondo presenta una più alta resistività  $\rho_{Al} = 0.0278 \mu \text{ m}$ . In entrambi i casi, bisogna sempre tener presente che la resistività è direttamente proporzionale alla temperatura e, quindi, se la temperatura di esercizio della macchina cresce, con essa aumenta anche la resistività. Altri materiali conduttori, meno adoperati nelle applicazioni elettriche, sono l'argento, il bronzo, l'oro e l'ottone.

Le altre caratteristiche da tenere in conto nella scelta di un materiale conduttore sono il peso specifico, la duttilità, la flessibilità e la malleabilità: queste caratteristiche meccaniche, se da un lato riducono il peso totale della macchina, dall'altro ne facilitano la realizzazione.

### • Materiali isolanti

Gli isolanti vengono adoperati per isolare elettricamente parti a diversa tensione e sono caratterizzati elettricamente dalla resistività di volume e superficiale, che tiene in conto delle inevitabili, anche se piccole, correnti di conduzione, dalla rigidità dielettrica (misurata in volt/metro) e dalla costante dielettrica. Ciò che, invece, li caratterizza meccanicamente è la resistenza ai piegamenti, alle abrasioni ed alla corrosione, la tranciabilità, cioè ossia la possibilità di taglio in pezzi di varie forme, la conducibilità termica e l'igroscopicità, ossia la tendenza ad assorbire umidità.

Mettendo in risalto ciò che maggiormente interessa per lo studio delle macchine, gli *isolanti solidi* per le macchine elettriche sono catalogati in base alla temperatura massima ammessa, secondo la tabella di seguito riportata e presa dalle norme Comitato Elettrotecnico Italiano (CEI).

Classi di isolamento	Temperatura massima	Esempi
C	oltre 180°	Mica, porcellana, ceramica, vetro.
H	180°	Come la classe B impregnati con resine siliconiche.
F	155°	Come la classe B impregnati con collanti organici.
B	130°	Fibra di vetro, amianto impregnato, mica.
E	120°	Resine poliesteri, triacetato, fibre particolari.
A	105°	Carta, seta, cotone impregnati.
Y	90°	Carta, seta, cotone senza impregnazione.

Tra gli *isolanti liquidi* si citano gli oli minerali e alcuni liquidi a base di silicone. L'uso di questi isolanti ha anche lo scopo di asportare il calore eventualmente generato durante il funzionamento della macchina. Tra gli *isolanti gassosi* si citano l'aria e l'idrogeno.

### • Materiali magnetici

Tutti i circuiti magnetici sono costituiti da materiali la cui permeabilità magnetica è molto elevata. Lo studio dei campi magnetici nella materia mostra che più elevata è la permeabilità, migliore è l'approssimazione che considera completamente intrappolato nel materiale il campo di induzione magnetica, in modo tale che la superficie che delimita la frontiera del materiale magnetico diventa un tubo di flusso, dato che contiene al suo interno tutte le linee del campo di induzione magnetica  $\vec{B}$ .

I materiali ferromagnetici si possono dividere nelle due seguenti categorie: **materiali dolci**, che hanno uno stretto ciclo di isteresi ed un'elevata permeabilità e vengono utilizzati come nuclei di induttori o di mutui induttori o per ottenere elevati valori di induzione in campi prodotti da altri elementi; **materiali duri**, caratterizzati da un largo ciclo di isteresi ed usati per i magneti permanenti, sono materiali che consentono di ottenere, in una determinata zona dello spazio, campi magnetici sufficientemente elevati senza l'intervento di circuiti elettrici.

Questa suddivisione, fatta sulla base delle funzioni che si vuole attribuire al materiale, non è significativa per materiali con caratteristiche intermedie. Inoltre, al materiale da impiegare in una determinata applicazione possono essere richieste caratteristiche particolari che, di volta in volta, esamineremo.

Tra i materiali dolci si possono menzionare il ferro 'dolce', l'acciaio 'dolce', le leghe dei principali materiali ferromagnetici (ferro, cobalto e nichel) con materiali non ferromagnetici (alluminio, cromo, rame, manganese, molibdeno, silicio, tungsteno), o composti chimici chiamati ferriti dolci.

Fra i materiali duri si trovano i vari tipi di acciai temperati e variamente legati (acciai alnico, cioè legati con alluminio, nichel e cobalti, acciai al tungsteno, acciai al cobalto) e materiali ceramici sinterizzati (ferriti dure). La sinterizzazione è un processo termico cui viene sottoposto un sistema di particelle individuali oppure un corpo poroso, con o senza applicazione di pressione esterna; durante il riscaldamento, le proprietà del sistema si modificano per la creazione di giunzioni tra le particelle, riempiendo i vuoti esistenti tra esse.

#### • **Materiali strutturali**

Si tratta di quei materiali utilizzati per la costruzione delle diverse parti meccaniche delle macchine elettriche, tra le quali vi sono la carcassa e l'albero. Anche se non intervengono esplicitamente nel funzionamento elettrico della macchina, incidono non poco sul dimensionamento e sul peso. Solitamente si usa la ghisa, l'acciaio e l'alluminio, tutti con il compito di resistere alle varie sollecitazioni meccaniche che la macchina può subire. Comunque, per le ottime prestazioni meccaniche offerte, la lega, in assoluto più usata, è l'acciaio.

### **1.5 Principio di funzionamento dei generatori**

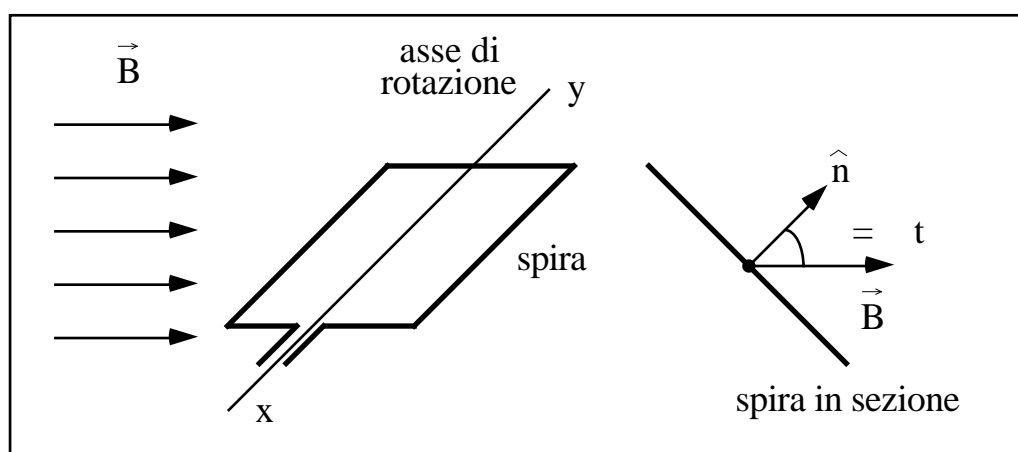
È interessante iniziare con una panoramica, anche se incompleta e parziale, del principio di funzionamento delle principali macchine rotanti. Queste idee verranno, ovviamente, riprese quando si approfondiranno le singole macchine rotanti, ma è bene avere da subito un'idea del loro funzionamento.



Per semplificare il problema, si consideri una spira, posta in rotazione, con velocità angolare costante, attorno ad un asse, in un campo magnetico uniforme, come mostrato schematicamente in Figura 1.7. L'asse x - y rappresenta l'asse fisso attorno al quale ruota la spira. Come sappiamo, la legge dell'induzione elettromagnetica prevede che, proprio a causa di questa rotazione, nella spira si generi una forza elettromotrice (f.e.m.), che come vedremo varia sinusoidalmente nel tempo. Andando più nel dettaglio, il flusso  $\Phi(t)$  indotto nella spira, vale

$$\Phi(t) = \int_{\text{SPIRA}} \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS = B A \cos \theta = B A \cos(\omega t),$$

in cui si è indicato con A la superficie della spira. È bene puntualizzare che, nello schema di Figura 1.8, il campo di induzione è fisso e la spira ruota.



**Figura 1.7:** spira rotante in un campo magnetico.

Ciò vuol dire che ruota pure la normale  $\hat{n}$ , solidale con la spira, e questa normale forma con il campo di induzione magnetica un angolo  $\theta$ , variabile nel tempo. È facile convincersi che, supponendo costante la velocità angolare di rotazione, questo angolo valga proprio  $\theta = \omega t$ . Per stabilire se avete veramente compreso, provate a rispondere alla domanda: all'istante  $t = 0$ , qual è la posizione relativa del piano della spira e del campo? Cosa si può dire relativamente alla posizione del versore normale? Se non siete del tutto convinti, provate ancora in altri istanti.

Se, ora, si immagina di considerare un avvolgimento composto da N spire identiche, moltiplicando per N il valore di  $\Phi(t)$  ottenuto per mezzo dell'integrazione, non è difficile ottenere la f.e.m. complessivamente indotta

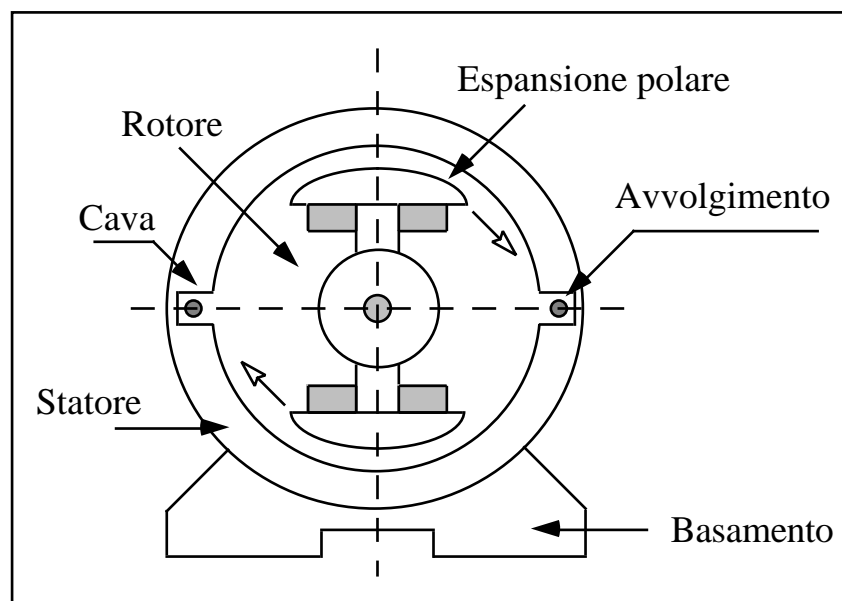
$$e(t) = - \frac{d}{dt} [N \Phi(t)] = N B A \omega \sin(\omega t) \quad [\text{per l'intero avvolgimento}].$$

Questa semplice espressione mostra con chiarezza che una f.e.m. sinusoidale si è generata ai capi della spira, sempre che la velocità angolare di rotazione sia costante (dove abbiamo usato questa ipotesi?), di valore efficace

$$E = \frac{2}{\sqrt{2}} f N B A = \frac{2}{\sqrt{2}} f N_{MAX} \quad 4.44 f N_{MAX},$$

dove  $N_{MAX} = B A$  rappresenta il massimo valore del flusso che si concatena con la generica spira dell'avvolgimento e con  $f = \omega / 2\pi$  la frequenza di rotazione. Nella pratica, l'avvolgimento è, ad esempio, messo in rotazione da alcune turbine che trasformano in moto circolare, mettendo in rotazione un albero su cui è calettato l'avvolgimento stesso, il moto rettilineo dell'acqua di una cascata. Quale che sia il **motore primo**, se un avvolgimento ruota a velocità angolare costante in un campo magnetico, ai suoi capi si potrà raccogliere una f.e.m. sinusoidale.

Su questa idea, che approfondiremo studiando la macchina sincrona, si fonda il principio di funzionamento dei principali generatori sinusoidali, anche detti **alternatori**. Senza voler scendere in troppi dettagli, vale la pena sottolineare il fatto che, nella realizzazione pratica di un alternatore, si preferisce una struttura duale rispetto a quella descritta, in cui la spira è ferma ed il campo di induzione magnetica ruota: le formule presentate continuano a valere, dato che ciò determina la f.e.m. indotta è il moto relativo tra l'avvolgimento ed il campo. Inoltre, si tratta di una struttura cilindrica composta di due parti: lo **statore**, che è fisso, rappresenta la parte più esterna ed ospita due cave, nella Figura 1.8 a sezione rettangolare, in cui alloggiavano le spire; il **rotore**, che è mobile, è la parte più interna e presenta due estremità, dette in gergo espansioni o scarpe polari, opportunamente sagomate.



**Figura 1.8:** realizzazione di un alternatore.

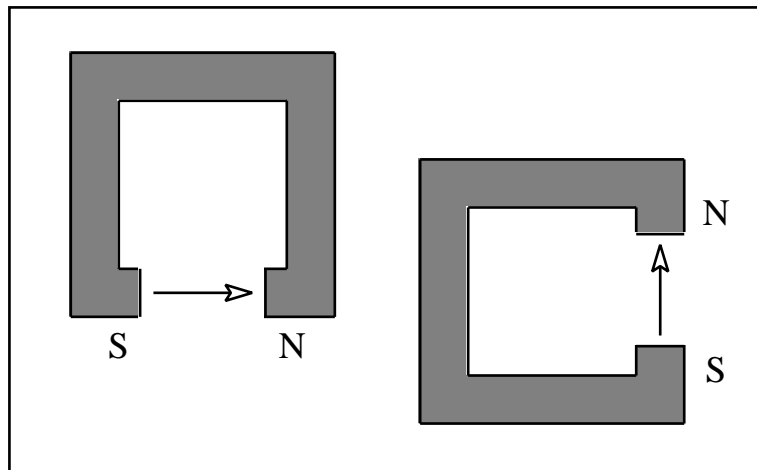
Il campo di induzione magnetica creato dal rotore è in moto rigido con esso e si chiude nel ferro dello statore, presentando un tipico andamento radiale nella regione del traferro, anche detto interferro, che rappresenta la zona posta in mezzo ai due tratti di ferro dello statore e del rotore.

## 1.6 Campo magnetico rotante

Nel paragrafo precedente abbiamo mostrato come si possa realizzare la conversione di energia meccanica in elettrica. Ora dobbiamo farci un'idea di come possa avvenire la trasformazione inversa, cioè stiamo per domandarci quale sia il principio di base secondo cui funzionano i motori elettrici.

Iniziamo con una semplice osservazione. Prendiamo in una mano una bussola, nell'altra un magnete permanente, una calamita. Avviciniamoli ed iniziamo a far girare il magnete: si osserva che l'ago magnetico della bussola segue il magnete che è in rotazione, cioè l'aghetto segue il campo magnetico come suggerito in Figura 1.9.

Domandiamoci: abbiamo costruito, seppure in maniera molto rudimentale e semplificata, un motore elettrico? La risposta è decisamente no. Abbiamo semplicemente messo a punto un sistema (trasduttore) che trasferisce l'energia meccanica impressa al magnete in altra energia meccanica, quella della rotazione della bussola. Tuttavia, generare un campo magnetico rotante ed avere un rotore (l'ago della bussola) che segua quest'ultimo è comunque una buona idea per progettare un motore, a patto di essere capaci di far ruotare il campo magnetico, in una maniera non meccanica.



**Figura 1.9:** bussola posta in rotazione da una calamita.

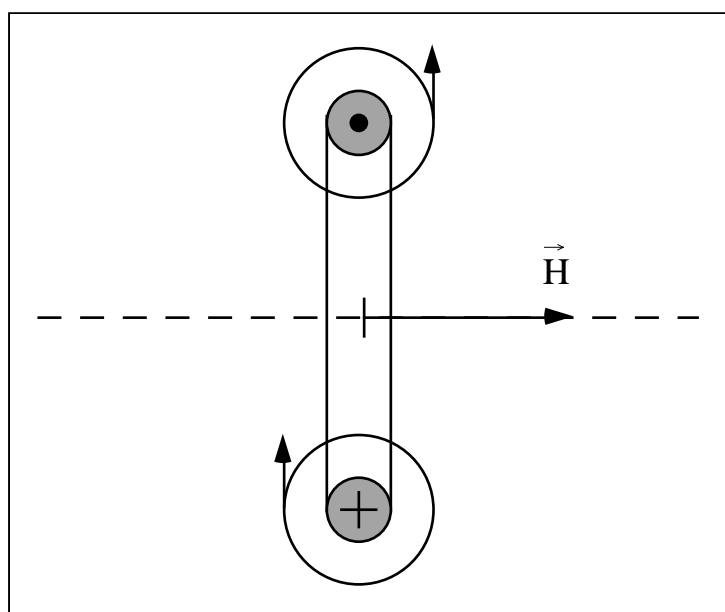
In questo paragrafo mostreremo come si possa ottenere un campo rotante per mezzo di avvolgimenti fermi: sarà una opportuna variazione delle correnti che circolano nelle spire a fare in modo che il campo magnetico ruoti e che il motore funzioni. Si ricordi che, in ultima analisi, un motore elettrico è un dispositivo al quale forniamo energia elettrica e dal quale raccogliamo energia meccanica. Questo è il punto centrale della faccenda su cui si basano tutti i motori, siano essi asincroni, passo - passo, a collettore, ossia la generazione di un campo magnetico rotante, che chiameremo anche campo di Ferraris. Vediamo allora come si possa generare un campo magnetico rotante, seguendo lo stesso schema che il grande Galileo Ferraris seguiva nelle sue lezioni: cerchiamo di capire, magari in maniera semplificata, prima il principio di base, poi come lo si possa rigorosamente formalizzare.

Prima, però, di affrontare l'argomento del campo magnetico rotante, è utile fare qualche considerazione sul campo generato da una spira. Allo scopo, consideriamo una spira, ad esempio circolare, costituita da  $N$  avvolgimenti e percorsa dalla corrente  $i(t)$ ; in Figura 1.10 viene mostrata un tale spira percorsa da una corrente entrante inferiormente ed uscente superiormente, rispetto al piano della rappresentazione. Supponendo che la spira sia immersa in un mezzo a permeabilità costante, come ad esempio l'aria, ad essa risulta associato, nello spazio circostante, un insieme di linee di forza, sia per il vettore campo magnetico  $\vec{H}$ , sia per il vettore di induzione magnetica  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ . In particolare, il campo magnetico al centro della spira ha una ben determinata intensità, funzione della corrente  $i(t)$  e del raggio medio  $R_M$  della spira

$$H(t) = \frac{N i(t)}{2 R_M},$$

e sarà, in generale, dipendente dal tempo. La direzione di tale campo è secondo l'asse magnetico della spira, cioè secondo la direzione perpendicolare al piano della spira in corrispondenza del suo centro. Il verso del suddetto campo è stabilito, ad esempio, dalla regola di avanzamento del cavatappi destrorso, in funzione del senso di circolazione della corrente.

Il valore del campo magnetico al centro della spira può essere assunto per rappresentare l'insieme delle linee di forza, per quella determinata spira: si tratta di una maniera comoda di rappresentare un campo il cui andamento nello spazio, come già ricordato, è piuttosto complicato.



**Figura 1.10:** schematizzazione del campo magnetico di una spira.

Qualora la corrente eccitatrice fosse costante nel tempo, il campo magnetico sarebbe un campo magnetico costante. Se, invece, nella stessa spira circolare, inviamo una corrente alternativa sinusoidale del tipo

$$i(t) = I_M \text{sen}( \omega t ),$$

in un generico punto dello spazio, il campo magnetico non è più costante, ma varia nel tempo. In particolare, al centro della spira, adoperando la precedente relazione, vale

$$H(t) = \frac{N I_M}{2 R_M} \text{sen}( \omega t ) = H_M \text{sen}( \omega t ),$$

avendo indicato con

$$H_M = \frac{N I_M}{2 R_M}$$

il valore massimo, nel tempo, del **campo magnetico alternativo** al centro della spira. In un istante generico, la direzione di questo campo alternativo è fissa nello spazio, essendo coincidente con l'asse magnetico della spira, mentre il suo verso viene stabilito, istante per istante, dal senso di circolazione della corrente istantanea nella spira.

### • Rotazione a scatti

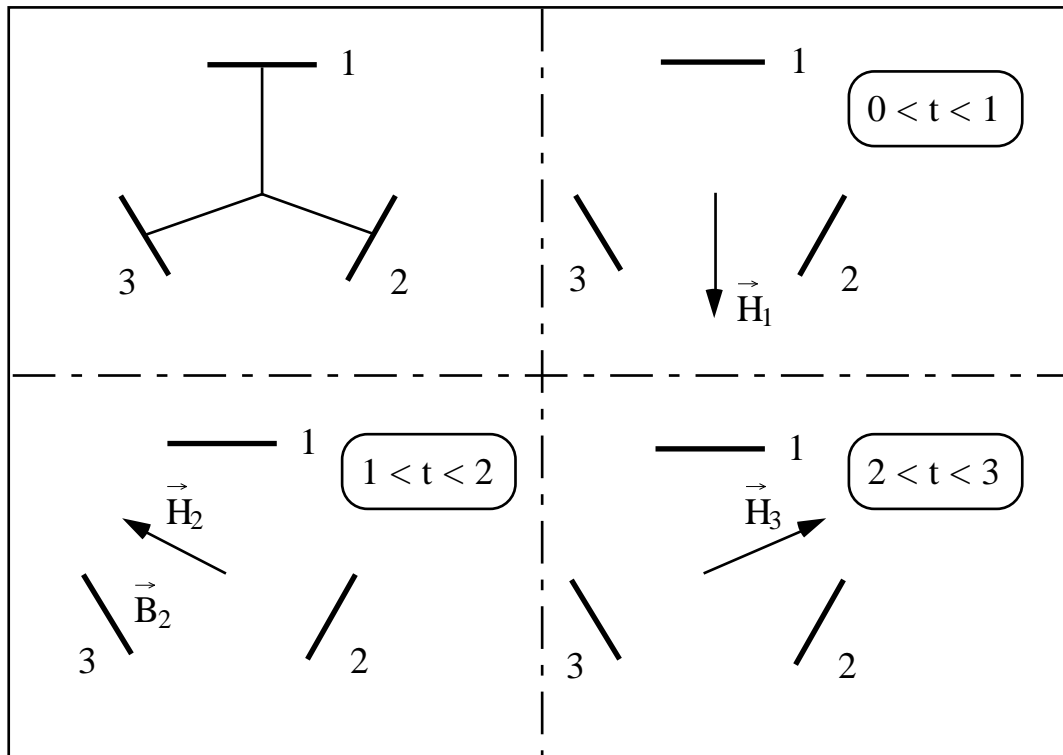
Consideriamo tre avvolgimenti percorsi dalle correnti  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$  ed i cui assi di simmetria siano disposti secondo angoli relativi di  $120^\circ = 2\pi/3$ . Osservate con attenzione la Figura 1.11, divisa in quattro parti: esaminatela partendo dalla parte in alto a sinistra, dove sono state rappresentate in maniera schematica i tre avvolgimenti.

Nell'ipotesi di aver fissato un'origine dei tempi, facciamo in modo di far circolare, diciamo per un secondo, una corrente nella sola spira 1, mentre nelle altre due non circola alcuna corrente. Allora, per il primo secondo, il campo di induzione magnetica sarà rappresentato dal vettore  $\vec{H}_1$ . Nell'intervallo  $1 < t < 2$  secondi, invece, solo corrente nella spira 2, mentre le altre due non siano percorse da corrente. Questa volta il campo di induzione magnetica è rappresentato dal vettore  $\vec{H}_2$ . Infine, per  $2 < t < 3$ , la sola spira alimentata sia la numero 3 e, di conseguenza, il campo è rappresentato dal vettore  $\vec{H}_3$ . Detto ciò, si ripeta ciclicamente questa procedura. Guardate di nuovo la Figura 1.12 e ripercorrete in rapida sequenza i tre intervalli di tempo:

nel primo secondo, il campo magnetico è diretto come  $\vec{H}_1$ ;

nel secondo successivo, si osserva la scomparsa di  $\vec{H}_1$  e la comparsa del campo  $\vec{H}_2$ ;

nel terzo secondo, si ha la scomparsa di  $\vec{H}_2$  e la comparsa di  $\vec{H}_3$ .



**Figura 1.11:** campo rotante prodotto da tre avvolgimenti.

Come varia, allora, il campo di induzione magnetica nello spazio?

Il campo ruota, nonostante le spire siano ferme. Certo, non ruota con continuità, ma a scatti, ma l'idea di fondo sembra promettente. Tra non molto vedremo come far ruotare con continuità questo campo magnetico. Per il momento accontentiamoci della conclusione cui siamo giunti: tre avvolgimenti, posti a  $2/3$ , alimentati uno per volta da tre correnti, ad esempio costanti nel tempo, che operino in intervalli temporali differenti, possono creare un campo di induzione che ruota nello spazio. Ciò era quanto ci premeva di farvi comprendere bene. Quello che segue è solo qualche conto algebrico che serve ad affinare l'intuizione e consentire al campo di ruotare con maggiore ... continuità.

#### • Rotazione continua

Torniamo ai tre avvolgimenti e cerchiamo di fare un'analisi un tantino più accurata. Cominciamo col supporre che le tre spire siano alimentate dalla terna trifase di correnti

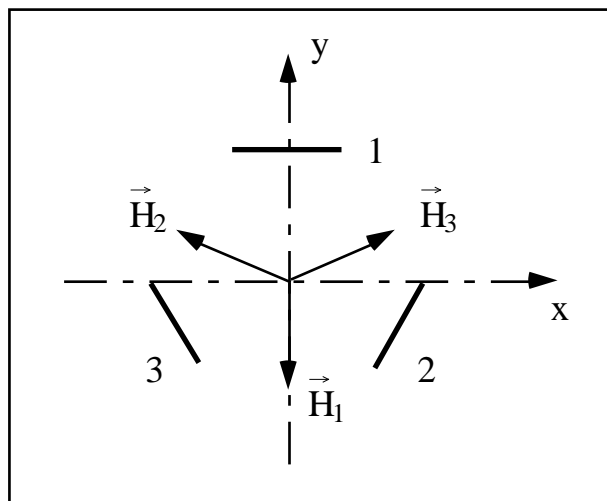
$$\begin{cases} i_1(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t) , \\ i_2(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t - 2\pi/3) , \\ i_3(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t - 4\pi/3) . \end{cases}$$

Ricorderete che questa terna è una terna diretta che gode della proprietà secondo cui la somma delle tre correnti è, istante per istante, nulla:

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0, \text{ in ogni istante.}$$

La Figura 1.12 riporta i campi sostenuti dalle tre spire; i versi dei tre vettori riportati danno informazione su come sia stato realizzato l'avvolgimento: il campo e la corrente su ciascuna spira devono essere accordati secondo la regola del cavatappi. Per determinare l'andamento temporale del campo sostenuto da ciascuna spira, è bene innanzitutto ricordare il valore delle funzioni trigonometriche per gli angoli notevoli:

$$\cos \frac{\pi}{3} = \cos \frac{2\pi}{3} = -\cos \frac{4\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \sin \frac{2\pi}{3} = -\sin \frac{4\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



**Figura 1.12:** i campi sostenuti dalle correnti nelle tre spire.

Detto ciò, ricordando che il campo prodotto da una spira, almeno nel suo centro geometrico (o pressappoco), è proporzionale alla corrente, possiamo scrivere

$$\vec{H}_1 = -i_1(t) \hat{y}, \quad \vec{H}_2 = i_2(t) \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} \right), \quad \vec{H}_3 = i_3(t) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} \right),$$

in cui, come ricorderete, la costante

$$= \frac{N}{2 R_M}$$



dipende dal numero di spire di cui è costituito l'avvolgimento (si riveda la formula che descrive il campo di una spira nel suo centro geometrico). Ora, il campo complessivamente prodotto dalle spire è dato dalla sovrapposizione dei tre contributi, in formule:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3 = \hat{x} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} i_3(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} i_2(t) \right] + \hat{y} \left[ -i_1(t) + \frac{i_2(t)}{2} + \frac{i_3(t)}{2} \right].$$

Sviluppiamo con ordine (e pazienza) i diversi calcoli. Il **primo addendo**, applicando le formule di addizione del seno, vale

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} i_3(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} i_2(t) &= \frac{\sqrt{3}}{2} I \sqrt{2} \left[ \sin\left( t - \frac{4}{3} \right) - \sin\left( t - \frac{2}{3} \right) \right] = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} I \sqrt{2} \left[ -\frac{1}{2} \sin(t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(t) + \frac{1}{2} \sin(t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(t) \right] = \\ &= \frac{3}{2} I \sqrt{2} \cos(t). \end{aligned}$$

Il **secondo addendo**, invece, sfruttando il fatto che la somma delle tre correnti è in ogni istante nulla, si può scrivere come

$$-i_1(t) + \frac{i_2(t)}{2} + \frac{i_3(t)}{2} = -i_1(t) - \frac{i_1(t)}{2} = -\frac{3}{2} i_1(t).$$

Pertanto, il campo totale, valutato nell'origine degli assi, diventa

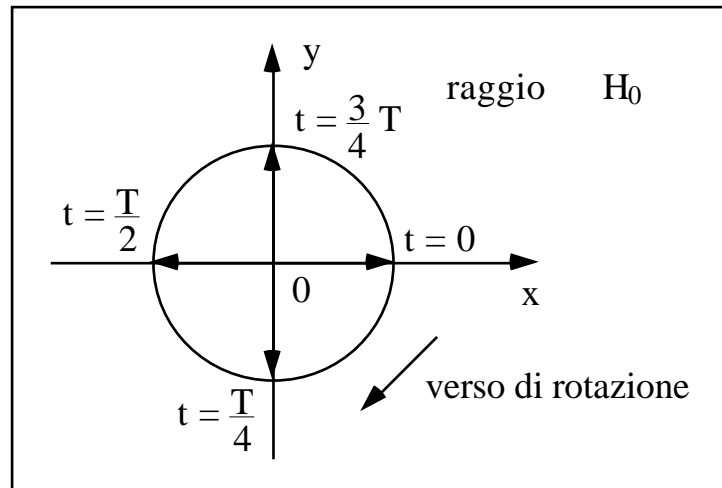
$$\begin{aligned} \vec{H} &= \frac{3}{2} I \sqrt{2} \cos(t) \hat{x} - \frac{3}{2} I \sqrt{2} \sin(t) \hat{y} = \\ &= \frac{3}{2} I \sqrt{2} [\hat{x} \cos(t) - \hat{y} \sin(t)] = H_0 [\hat{x} \cos(t) - \hat{y} \sin(t)], \end{aligned}$$

in cui la costante

$$H_0 = \frac{3}{2} I \sqrt{2}$$

è stata introdotta solo allo scopo di alleggerire la notazione. Proviamo a disegnare il vettore risultante che abbiamo ottenuto per avere un'idea di come evolva nel tempo. La Figura 1.13 propone di osservare quattro istanti distanziati di un quarto di periodo  $T$ , legato alla pulsazione dalla ben nota relazione:

$$T = \frac{2}{\dots} \quad [\text{ovvero} \quad T = 2 \dots].$$



**Figura 1.13:** campo magnetico rotante.

L'analisi attenta di questa figura mostra che, applicato nell'origine degli assi, abbiamo un vettore, che rappresenta l'induzione magnetica e che ruota in verso orario, il cui estremo si trova su una circonferenza di raggio  $H_0$ . Si può verificare in tutta generalità che il campo di induzione magnetica ruota seguendo la successione delle tre fasi: dalla 1, attraverso la 2, per giungere alla 3.

Detto in altri termini, dalla relazione trovata appare chiaro che l'estremo del vettore che definisce il campo magnetico è dotato di un moto risultante da quello di due moti armonici di uguale frequenza ed ampiezza, su assi fra loro ortogonali, con fasi differenti di un quarto di periodo; come è noto dalla cinematica, un tale moto risultante è circolare uniforme e, nel caso in esame, ha verso orario e la sua velocità angolare è  $\omega$ . Il vettore  $\vec{H}$  descrive, pertanto, un **campo magnetico rotante**.

Si è, dunque, verificato che tre solenoidi con assi formanti una stella simmetrica, percorsi da una terna di correnti equilibrate, danno luogo, nell'origine degli assi, ad un campo magnetico rotante.

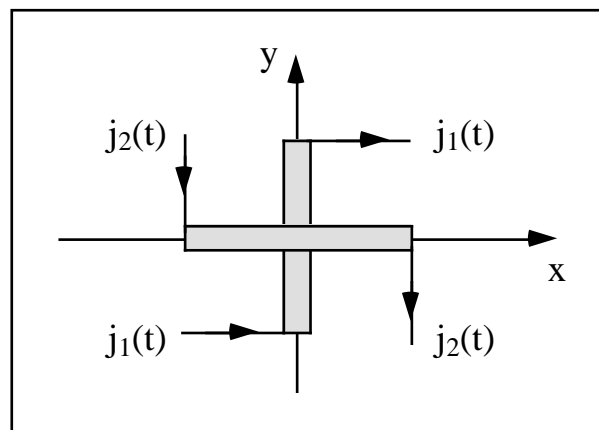
È poi evidente che questa conclusione vale approssimativamente anche per tutti i punti circostanti l'origine. Vale la pena notare, infine, che, se due qualunque delle tre correnti sinusoidali vengono scambiate fra loro, il verso di rotazione del campo magnetico rotante si inverte, mantenendo inalterata la sua intensità. Per dimostrare ciò, basta ripetere i calcoli sviluppati in precedenza scambiando fra loro, ad esempio, gli avvolgimenti 2 e 3.

### • Campo rotante bifase

Un'ultima osservazione prima di concludere questo capitolo introduttivo. La relazione appena trovata

$$\vec{H} = H_0 [\hat{x} \cos(\omega t) - \hat{y} \sin(\omega t)],$$

suggerisce pure un'altra maniera di realizzare un campo magnetico rotante. Il campo magnetico risultante risulta dalla composizione di due campi, uno diretto secondo l'asse x del riferimento scelto, l'altro diretto come l'opposto dell'asse y.



**Figura 1.14:** campo rotante bifase.

Sapete già che il moto circolare uniforme può ottenersi dalla composizione di due moti armonici, di uguale pulsazione ed ampiezza, sfasati di  $\pi/2$ , il primo che si sviluppa lungo un certo asse, l'altro lungo un altro asse ortogonale al primo. Pertanto, è pensabile di utilizzare due spire, alimentate dalle due correnti

$$j_1(t) = I \sqrt{2} \cos(\omega t), \quad j_2(t) = I \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2) = -I \sqrt{2} \sin(\omega t),$$

indicate con 'j' per non confonderle con le precedenti, la prima che crea un campo di induzione magnetica diretto lungo l'asse x, la seconda che sostiene un campo di induzione magnetica diretto lungo l'asse y (a parte il segno). In questo caso, come mostrato in Figura 1.14, non essendo più sostenuto da un sistema di correnti trifasi, il campo rotante viene detto bifase.

Infine, quanto è stato detto per il campo magnetico rotante, vale anche, con perfetta analogia, per il **campo elettrico rotante**. In tal caso, si devono considerare, anziché due o tre spire ad assi magnetici ortogonali, due o tre

condensatori piani ad assi elettrici ortogonali e sottoposti a tensioni sinusoidali di determinate caratteristiche.

## 1.7 Riscaldamento delle macchine elettriche

Le varie perdite, che accompagnano la trasformazione di energia che avviene in una macchina elettrica, danno luogo a due effetti negativi: oltre all'impoverimento del flusso di energia, determinano un riscaldamento delle parti ove si manifestano. Le perdite risultano tanto più sostenute, quanto più elevata è la potenza erogata dalla macchina: da ciò segue un limite superiore a tale potenza in rapporto alle caratteristiche costruttive ed al dimensionamento della macchina stessa, non dovendosi mai raggiungere temperature eccessive in corrispondenza delle parti isolanti.

Questa limitazione è dovuta al degradamento delle caratteristiche meccaniche ed isolanti che ogni dielettrico subisce durante il riscaldamento. La vita di un materiale isolante è definita proprio come il periodo di tempo durante il quale le sue caratteristiche permangono superiori ad un limite, al di sotto del quale non può essere più considerato idoneo alla sua funzione. Prove sperimentali mostrano che essa è tanto più breve, quanto più alta è la temperatura, secondo la legge sperimentale

$$\text{vita media degli isolanti} \quad A \exp(B/T) ,$$

dove A e B sono costanti caratteristiche del materiale e T è la temperatura assoluta di esercizio. Da ciò discende che si potrà tollerare una temperatura di funzionamento elevata, a patto di accettare una vita breve dell'apparecchiatura. Ad esempio, nel caso dei missili propulsori spaziali, la vita richiesta è di pochi minuti e, pertanto, i materiali potranno essere assoggettati ad elevatissime temperature, sempre limitatamente alla loro infiammabilità o passaggio di stato. Le comuni macchine elettriche sono, invece, destinate a funzionare per decine di anni e tale deve essere la vita richiesta dei materiali isolanti: per questo, le norme CEI classificano i materiali isolanti in varie classi, per ognuna delle quali vengono stabiliti i limiti di temperatura ammessi.

La determinazione della temperatura delle diverse parti di una macchina elettrica durante il suo funzionamento è un problema assai complesso, che esula dai limiti impostici in questa trattazione. Tuttavia, al fine di discutere alcuni aspetti di principio, si prenda in esame il semplice problema del riscaldamento di un corpo omogeneo, dotato di conducibilità interna molto grande, tanto da poter considerare che tutti i suoi punti siano alla stessa temperatura. Si supponga ancora

che all'interno di esso venga dissipata una certa potenza producendo un uguale flusso di calore  $Q$ . Se il corpo fosse termicamente isolato dall'ambiente circostante, il flusso  $Q$  produrrebbe un innalzamento continuo della temperatura del corpo, detto riscaldamento adiabatico. In un generico intervallo di tempo 'dt', si può scrivere la seguente equazione di bilancio

$$Q dt = M c dT ,$$

in cui  $M$  rappresenta la massa del corpo,  $c$  è la sua capacità termica, 'dT' l'aumento di temperatura nel tempo elementare 'dt'. Detta allora  $T_A$  la temperatura dell'ambiente, temperatura che all'istante iniziale possiede il corpo, integrando la precedente relazione, si otterrebbe

$$T = T_A + \frac{Q}{M c} t ,$$

cioè una temperatura che aumenta linearmente con il tempo.

In pratica, gli scambi con l'ambiente circostante non sono nulli ed una parte del calore prodotto nel corpo viene ceduta all'ambiente esterno: questa cessione di calore è tanto più elevata, quanto più è grande la temperatura del corpo rispetto all'ambiente. Ciò comporta che, se il flusso  $Q$  è costante, si raggiungerà una temperatura  $T_{MAX}$  per la quale tutto il calore prodotto viene ceduto all'esterno. In altri termini, il bilancio termico va corretto secondo la relazione

$$Q dt = M c dT + k S (T - T_A) dt ,$$

dove 'k' è il coefficiente di dispersione termica attraverso la superficie esterna 'S' del corpo in esame. Nella ipotesi di considerare  $Q$  costante, l'andamento della temperatura in funzione del tempo è dato dalla relazione esponenziale

$$T = T_A + \frac{Q}{k S} (1 - e^{-t/\tau}) ,$$

avendo introdotto, per brevità, la costante di tempo termica pari a

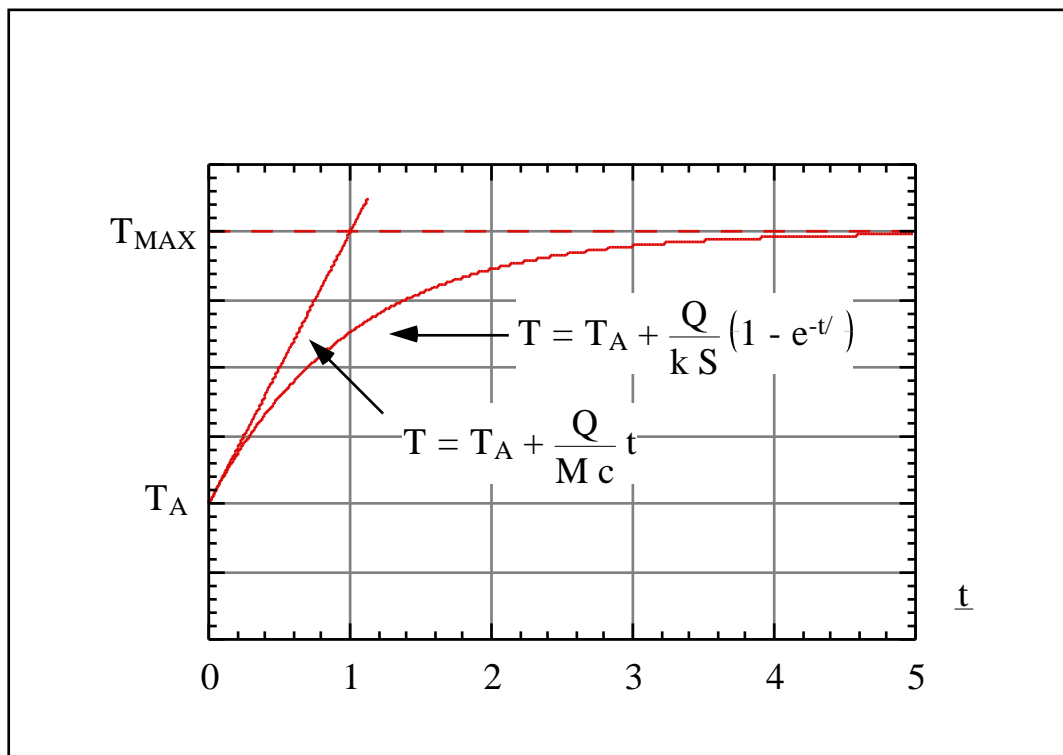
$$\tau = \frac{M c}{k S} .$$

La costante termica, che dipende soltanto dalle caratteristiche fisiche e geometriche, caratterizza il comportamento durante i transitori di raffreddamento

o di riscaldamento: le variazioni di temperatura sono tanto più rapide, quanto minore è la costante termica. La massima temperatura raggiunta si ottiene, infine, nel limite di tempi molto grandi e vale

$$T_{MAX} = T_A + \frac{Q}{k S},$$

come suggerisce la Figura 1.15.



**Figura 1.15:** transitorio termico di riscaldamento.

Da quanto detto sopra risulta, inoltre, che la massima potenza elettrica di una macchina, a parità di qualità di isolamento, dipende dalla temperatura ambiente  $T_A$ : tra la temperatura ambiente, la temperatura limite ammessa per l'isolante  $T_M$  e la sovratemperatura generica  $T$ , vale, in condizioni di regime, la semplice relazione

$$T_M = T_A + T.$$

Diminuendo, ad esempio, la temperatura ambiente, a parità di isolamento, la sovratemperatura consentita, e con essa le perdite ammissibili, risulta maggiore e, di conseguenza, la macchina può erogare una maggiore potenza. Il contrario

accade per un aumento della temperatura ambiente ed in tal caso la macchina eroga una potenza minore.

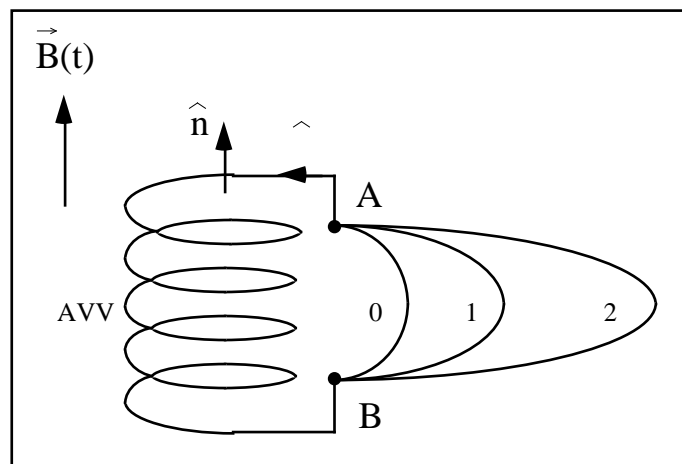
La relazione precedente suggerisce anche la possibilità di aumentare la potenza elettrica di una macchina seguendo due possibili strategie. La prima consiste nello smaltimento del calore derivante dalle perdite, ad esempio, mediante una più efficace ventilazione; in tal modo, a parità di tipo di isolamento, la sovratemperatura risulta più bassa e le perdite possono aumentare, fino ad arrivare allo stesso valore limite di temperatura. La seconda consiste nell'adottare un isolamento di migliore qualità, nei riguardi della massima temperatura ammissibile; in questo caso, a parità di temperatura ambiente, la sovratemperatura, e con essa le perdite, possono aumentare.

Proprio in relazione al particolare valore della temperatura raggiunta dall'isolante, una determinata macchina elettrica è caratterizzata dal tipo di servizio; la norma CEI 2 - 3, relativa alle macchine elettriche rotanti, precede nove tipi di servizio, indicati con le sigle da S1 a S9, di cui si illustrano i principali. Durante il **servizio continuo** (S1), il più comune, la macchina funziona alla sua potenza nominale, o di targa, per un tempo anche molto lungo, raggiungendo, senza mai oltrepassare, il valore limite di temperatura. Si può ritenere che vi sia servizio continuo anche se si verificano delle lievi oscillazioni di carico, non molto influenti sul comportamento termico della macchina. Durante il **servizio di durata limitata** (S2), la macchina funziona per un periodo di tempo convenuto, poniamo mezz'ora, ma non superiore a cinque volte la costante di tempo di riscaldamento, senza raggiungere il valore limite di temperatura, a cui segue un periodo di riposo, non inferiore a cinque volte la costante di tempo di raffreddamento, con la condizione che l'intervallo fra due successivi periodi di lavoro sia sufficiente affinché la macchina si riporti alla temperatura ambiente, con una tolleranza di 2 °C. Durante il **servizio intermittente** (S6) la macchina è sottoposta ciclicamente a periodi di lavoro ed a successivi periodi di riposo, durante i quali non è detto che la temperatura torni ad essere quella ambiente, raggiungendo e non oltrepassando mai il valor massimo di temperatura. Risulta, infine, evidente dalle definizioni date che i valori delle potenze nel servizio di durata limitata e nel servizio intermittente sono più grandi del valore di potenza relativo al servizio continuo.

## Appendice: la tensione ai capi di un induttore

È noto che, in **condizioni stazionarie**, l'integrale del campo elettrico lungo una generica linea non dipende dalla linea, ma soltanto dai suoi estremi: per questo, a suo tempo, questo integrale venne chiamato differenza di potenziale. Sappiamo pure che, in condizioni variabili nel tempo, ciò non è più vero e la tensione non può porsi nella forma di una differenza di potenziale. In altri termini, la tensione dipende, oltre che dagli estremi, anche dalla linea che li congiunge. Sotto opportune condizioni, che studieremo in questa appendice, è possibile introdurre una differenza di potenziale anche se siamo in presenza di campi variabili.

Consideriamo un avvolgimento di  $N$  spire, come potrebbe essere quello schematizzato in Figura A.1, di estremi A e B, sottoposto ad un campo di induzione magnetica, lentamente variabile nel tempo,  $\vec{B}(t)$ .



**Figura A.1:** avvolgimento in un campo lentamente variabile nel tempo.

L'avverbio **lentamente** ci ricorda che possiamo trascurare i fenomeni di corrente di spostamento, ma dobbiamo tenere in conto i fenomeni di induzione elettromagnetica, e, quindi, scrivere l'equazione di Ampère - Maxwell nella forma semplificata

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I ,$$

in cui  $I$  è la corrente che si concatena con la linea chiusa, descritta dal vettore  $\hat{\gamma}$ , ed abbiamo trascurato il termine che descrive la corrente di spostamento.

Applichiamo la legge di Faraday - Neumann, conosciuta anche come legge della induzione elettromagnetica, alla linea chiusa di Figura A.1, costituita



dall'avvolgimento che costituisce il solenoide e da un tratto ideale esterno all'avvolgimento, che serve per collegare i morsetti. Vogliamo dimostrare che, in realtà, nelle ipotesi in cui ci siamo messi, la tensione lungo una generica linea, che colleghi all'esterno dell'avvolgimento i due morsetti, è indipendente dalla linea stessa. Se la linea è scelta opportunamente, contrariamente a quello che ci si poteva aspettare, anche in condizioni variabili nel tempo, purché lentamente, possiamo continuare a dire che la tensione ai morsetti dell'avvolgimento è una differenza di potenziale. Tentiamo di capirne le ragioni.

I morsetti A e B sono collegati per mezzo di tratti matematici (fittizi) di linea che partono da B e giungono fino ad A, i quali contribuiscono, insieme all'avvolgimento, che è reale, a formare una linea chiusa, che indicheremo con  $\Gamma$ . Questa linea chiusa è, dunque, costituita dall'unione della linea  $\Gamma_{AVV}$ , che rappresenta l'avvolgimento, e dalla linea  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$  oppure  $\Gamma_2$ , genericamente  $\Gamma_k$ , rappresentante la parte esterna:

$$\Gamma = \Gamma_{AVV} + \Gamma_k.$$

La legge dell'induzione elettromagnetica, applicata all'intera linea  $\Gamma$ , impone che la circuitazione del campo elettrico sia pari proprio all'opposto della derivata nel tempo del flusso concatenato con la linea chiusa  $\Gamma$ :

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Il segno meno è legato al fatto che la superficie  $S$ , che si appoggia alla linea  $\Gamma$ , si suppone orientata in modo congruente con quello assunto per  $\Gamma$ , rispettando la regola della 'mano destra'. Si noti che  $\Phi$  rappresenta il flusso del campo magnetico che si concatena con la strana superficie a chiocciola di forma elicoidale che ha la linea chiusa  $\Gamma$  come orlo.

Detto ciò, l'integrale di linea presente in questa equazione può essere scomposto in due parti:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{A-\Gamma_{AVV}-B} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{B-\Gamma_k-A} \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Al secondo membro si deve rispettare il verso di integrazione e ciò comporta che, per il primo addendo, si parta da A, si integri lungo  $\Gamma_{AVV}$  per terminare in B, mentre, per il secondo addendo, si parta da B, si integri nel tratto di linea esterna

$\vec{k}$ , e poi si giunga nel punto A. Ora, dato che stiamo supponendo che l'avvolgimento sia fatto con un **buon conduttore**, la cui resistività  $\rho$ , come è noto, tende a zero, per la legge di Ohm alle grandezze specifiche

$$\vec{E} = \rho \vec{J},$$

si capisce che il campo elettrico  $\vec{E}$  in ogni punto interno al conduttore, essendo proporzionale alla densità di corrente secondo il coefficiente di resistività, è trascurabile. Quindi, tanto più un conduttore approssima il suo comportamento a quello ideale, tanto più sarà vero che nei punti interni ad esso, il campo elettrico dovrà essere trascurabile. Sotto tale ipotesi, il primo integrale a secondo membro degli addendi in cui abbiamo suddiviso la circuitazione del campo elettrico, dato che si sviluppa all'interno del conduttore, sarà trascurabile e l'unico contributo deriva dal cammino all'aperto, che si sviluppa in aria, all'esterno all'avvolgimento:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{B \rightarrow A} \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Ritornando alla legge dell'induzione elettromagnetica, avendo stabilito che l'intera circuitazione del campo  $\vec{E}$  è pari semplicemente alla tensione del campo elettrico lungo una qualunque linea esterna al conduttore che colleghi i terminali A e B, possiamo scrivere

$$\int_{B \rightarrow A} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\psi}{dt}.$$

Nelle condizioni in cui ci siamo messi, la variazione temporale, cambiata di segno, del flusso concatenato con l'intera linea chiusa  $\Gamma$  è pari alla tensione del campo elettrico lungo una linea generica  $\vec{k}$  che congiunge **all'esterno** il punto B con il punto A. Inoltre, cambiando il verso di orientazione di  $\vec{k}$ , cambia anche il segno dell'integrale

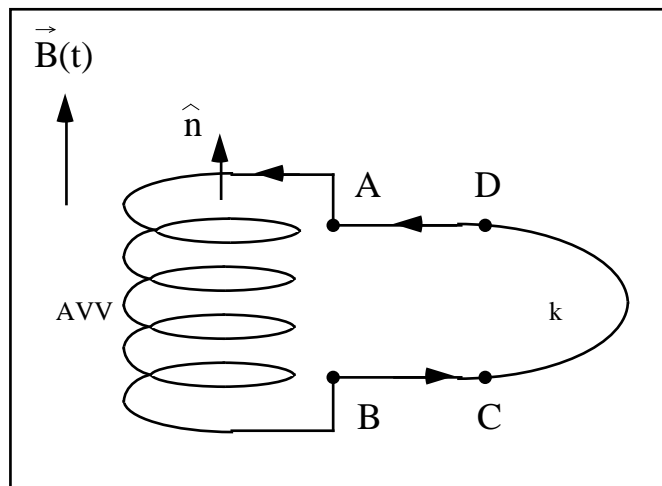
$$\int_{A \rightarrow B} \vec{E} \cdot d\vec{l} = + \frac{d\psi}{dt}.$$

La domanda centrale del nostro discorso è la seguente: cosa succede se cambiamo la linea  $k$  che collega i due morsetti A e B?

Per rispondere a questa domanda calcoliamo il flusso del campo di induzione magnetica concatenato con l'intera linea chiusa, che può immaginarsi decomposto in due contributi,  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$ :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

La parte  $\Phi_1$  rappresenta il flusso attraverso la superficie a spirale (se preferite, a chiocciola), costituita da  $N$  spire, mentre  $\Phi_2$  è il flusso attraverso la superficie piana ABCD. Si noti, per inciso, che, in Figura A.2, il verso della normale alla superficie e l'orientamento della linea di contorno rispettano, come d'abitudine, la regola della mano destra.



**Figura A.2:** calcolo del flusso sulla superficie dell'avvolgimento.

Valutiamo, allora, questi due contributi.

Il primo,  $\Phi_1$ , sarà pari alla somma di tutti i flussi ( $\Phi_k$ ) attraverso le singole spire della superficie a chiocciola:

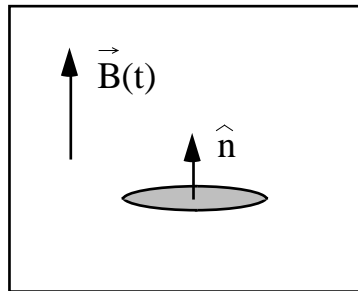
$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} + \dots + \Phi_{1N}.$$

Ci si convince facilmente che, su spire sottili e fittamente avvolte, gli  $N$  flussi  $\Phi_k$  sono tutti uguali tra loro e, pertanto, quest'ultima relazione diventa:

$$\Phi_1 = N \Phi_k.$$

Se poi lungo il piano di una generica spira, rappresentato da solo in Figura A.3, assumiamo che il campo di induzione magnetica sia grossomodo uniformemente distribuito e pressoché perpendicolare all'area della superficie, come accade nel caso di un solenoide molto lungo, il flusso relativo alla generica spira sarà pari a

$$B S .$$



**Figura A.3:** flusso sulla generica spira dell'avvolgimento.

Detto ciò, è chiaro che il flusso complessivo, relativo all'intera superficie a spirale, può scriversi come

$$\Phi_1 = N B S .$$

Vediamo, ora, quanto vale l'altro contributo  $\Phi_2$ . Esso può essere valutato come

$$\Phi_2 = B S' ,$$

dove  $S'$  rappresenta l'area della proiezione della superficie mistilinea ABCD sul piano perpendicolare al vettore induzione magnetica, e, come vedremo tra un momento, deve avere un valore dello stesso ordine di grandezza dell'area di una singola spira, non potendo, cioè, diventare arbitrariamente grande.

Confrontando i due valori di  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$ , si ha

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{B S'}{N B S} = N \frac{S'}{S} .$$

Quello che è importante osservare è che, se le due superfici  $S$  ed  $S'$  sono dello stesso ordine di grandezza, il rapporto tra i flussi dipende solo dal numero di spire  $N$ . Allora, se il numero delle spire è sufficientemente grande,  $\Phi_2$  risulterà certamente trascurabile rispetto a  $\Phi_1$  ed il flusso totale concatenato con la linea è pressoché uguale al solo flusso relativo alla superficie a chiocciola

$$= \Phi_1 + \Phi_2 = N B S .$$

In tal modo il flusso  $\Phi$  non dipende dalla particolare linea  $k$  che abbiamo usato per collegare i morsetti del solenoide. Ricordando che la tensione lungo la linea  $k$  è pari alla derivata nel tempo del flusso di  $\Phi$ , il quale non dipende dalla particolare linea, non dipenderà dalla linea neppure la sua derivata, che coincide proprio con la tensione ai capi A e B. Se ne conclude che la tensione del campo elettrico

$$T_{A-k-B} = \int_{A-k-B} \vec{E} \cdot \hat{dl} = T_{AB}$$

non dipende dalla linea  $k$  che congiunge i morsetti A e B e che, nelle ipotesi di un campo di induzione magnetica lentamente variabile nel tempo, tale tensione può essere considerata come una differenza di potenziale, tra il potenziale del morsetto A e quello del morsetto B

$$T_{A-k-B} = T_{AB} = v_A(t) - v_B(t) .$$

Ogni volta che si considera un circuito come il precedente, sia esso avvolto in aria o su materiale ferromagnetico, si potrà legittimamente affermare che ai suoi capi si stabilisce una tensione  $v(t)$  variabile nel tempo, indipendente dal cammino usato per congiungere i suoi estremi, cioè una differenza di potenziale, pari a

$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt} = v_A(t) - v_B(t) .$$

Non è difficile convincersi che, anche se cambia il verso della corrente, scegliendo sempre l'orientamento della normale secondo la regola della mano destra applicata alla linea  $k$ , quest'ultima relazione resta comunque valida.