

# FORMULARIO DI Fisica Tecnica

a.a. 2007/2008

ANDREA BERGONZI

## TERMODINAMICA

### A) CONCETTI GENERALI

#### B) EQUAZ. DI BILANCIO DEL SIST. TD

- B.1) Equazione di stato dei gas ideali (o perfetti)
- B.2) Principio di conservazione dell'energia (I princ. TD)
- B.3) Bilancio entropico (II principio della TD)

#### C) GRANDEZZE TERMODINAMICHE

- C.1) Lavoro termodinamico
- C.2) Calore, calori specifici e politropiche
- C.3) Entalpia
- C.4) Entropia

#### D) MACCHINE TERMODINAMICHE

- D.1) Macchina motrice
- D.2) Macchina motrice con serbatoio a massa finita
- D.3) Macchina operatrice

#### E) SISTEMI APERTI

- E.1) Equazione di continuità e bilancio di massa
- E.2) Bilancio di energia
- E.3) Bilancio di entropia
- E.4) Bilancio di massa, energia ed entropia per un sistema in regime stazionario
- E.5) Macchine aperte in regime stazionario
  - ⇒ SCAMBIATORE DI CALORE
  - ⇒ DIFFUSORE
  - ⇒ VALVOLA DI LAMINAZIONE
- E.6) Rendimento isentropico per turbina e compressore
  - ⇒ TURBINA (macchina motrice)
  - ⇒ COMPRESSORE E POMPA (macchina operatrice)

#### F) SISTEMI ETEROGENEI

- F.1) Transizioni di fase ed entalpie associate
- F.2) Proprietà TD dei sistemi bifase (liquido-vapore)
- F.3) Diagramma T-s di un bifase monocomponente
- F.4) Interpolazione di grandezze estensive specifiche
- F.5) Forme approssimate di entalpia ed entropia
- F.6) Proprietà TD dell'acqua

#### G) CICLI TERMODINAMICI A GAS

- G.1) Ciclo di Carnot
- G.2) Ciclo di Joule-Brayton
- G.3) Ciclo di Joule-Brayton con rigenerazione
- G.4) Ciclo di Joule-Brayton inverso
- G.4) Ciclo Otto
- G.5) Ciclo Diesel
- G.6) Ciclo motore a vapore o Ciclo Rankine
  - ⇒ CICLO RANKINE SEMPLICE:
  - ⇒ CICLO RANKINE CON SURRISCALDAMENTO:
  - ⇒ CICLO RANKINE CON SURRISCALDAMENTI RIPETUTI:

## TRASMISSIONE DEL CALORE

### H) CONCETTI GENERALI

#### I) CONDUZIONE

- I.1) Equazioni di conduzione in casi particolari
  - ⇒ PARETE PIANA INFINITA
  - ⇒ CILINDRO CAVO O PIENO DI ALTEZZA INFINITA
  - ⇒ SFERA CAVA O PIENA
- I.2) Calcolo del flusso di calore attraverso una parete
  - ⇒ PARETE PIANA INFINITA
  - ⇒ PARETE CILINDRICA INDEFINITA
  - ⇒ SFERA

#### L) CONVEZIONE

- L.1) Determinazione del coefficiente convettivo  $h$ 
  - ⇒ CONVEZIONE FORZATA
  - ⇒ CONVEZIONE NATURALE
- L.2) Flusso all'interno di un tubo
- L.3) Convezione forzata in un condotto
- L.4) Convezione forz. o nat. in un corpo immerso

#### M) IRRAGGIAMENTO

- M.1) Grand. caratter. del corpo nero e di altri corpi
- M.2) Coeff. di assorbimento, riflessione e trasmissione
- M.3) La radiazione solare e atmosferica
- M.4) Fattore di vista
  - ⇒ REGOLA DI RECIPROCIITÀ
  - ⇒ REGOLA DELLA SOMMA
- M.5) Calcolo delle pot. term. di scambio fra sup. per irr.
  - ⇒ SUP. PIANE PARAL. INDEF. ED ENTRAMBE NERE
  - ⇒ SUP. NON AFFACCIATE ED ENTRAMBE NERE
  - ⇒ SUP. PIANE PARAL. INDEF. UNA NERA E UNA GRIGIA
  - ⇒ SUP. PIANE PARAL. INDEF. ED ENTRAMBE GRIGIE
- M.6) Bilancio termico
  - ⇒ SUP. GRIGIA ED OPACA
  - ⇒ SUP. GRIGIE FORMANTI UNA CAVITÀ



# TERMODINAMICA

## A) CONCETTI GENERALI:

La **termodinamica** (TD) studia le interazioni energetiche macroscopiche fra sistema e ambiente. Le forme di energia considerate sono lavoro e calore. Un **sistema termodinamico** è una quantità di materia o una porzione di spazio separata dal resto dell'universo mediante un determinato contorno, costituito da una superficie reale o immaginaria, rigida o deformabile. E' detto **ambiente** tutto ciò che è esterno al sistema termodinamico munito di massa infinita. Se l'ambiente ha massa finita è detto "sistema accoppiato". Si parla di sistema:

- **aperto**: se il sistema TD scambia con l'esterno energia e materia.
- **chiuso**: se il sistema TD scambia con l'esterno solo energia (sotto forma di lavoro e calore).

In TD si studiano i sistemi semplici (chimicamente inerte ed omogeneo, fisicamente isotropo, non sottoposto a campi gravitazionali, ecc...) e il loro stato di equilibrio, ovvero quello stato particolare in cui il sistema perviene spontaneamente. I parametri che descrivono tale stato sono:

- **grandezze estensive** legate alle dimensioni fisiche del sistema (p.e. massa e volume sono grandezze estensive tipiche) e hanno la proprietà di seguire le trasformazioni del sistema;
- **grandezze intensive** ovvero quelle grandezze che restano inalterate alle trasformazioni fisiche del sistema (p.e. temperatura e pressione, cioè se dividiamo in due il sistema ogni metà conserva la stessa T e P del sistema originario).

Per determinare il numero di grandezze intensive ed estensive necessarie per descrivere lo stato di equilibrio esistono queste due leggi:

**Legge di Duhem:** Per descrivere compiutamente lo stato interno di equilibrio di un sistema monocomponente sono necessari due parametri TD intensivi o estensivi specifici indipendenti.

**Regola di Gibbs:** Stabilisce una relazione fra il numero di componenti C, il numero di fasi F e il numero di variabili intensive indipendenti V:

$$V = C + 2 - F$$

Per un sistema monocomponente ( $C = 1$ ) e monofase ( $F = 1$ ) il numero di variabili intensive indipendenti (V) è pari a 2. Si parla di **contorno** come di quello strumento fisico che delimita il sistema e consente (o meno) le interazioni con altri sistemi e/o l'ambiente esterno. Esistono diversi tipi di contorno e ciascuno ha caratteristiche diverse in fatto di scambio di energia o massa che trasferiscono queste proprietà al sistema che delimitano. Si possono quindi determinare questi tipi di sistemi:

- **adiabatico** non consente lo scambio di calore;
- **diatermano** permette lo scambio di calore;
- **rigido** non consente lo scambio di lavoro;
- **deformabile (o mobile)** permette lo scambio di lavoro;
- **chiuso (o impermeab.)** non consente lo scambio di massa;
- **aperto (o poroso)** permette lo scambio di massa;
- **isolato** non consente scambi di alcun tipo;

Un **sistema composto** è a sua volta un sistema TD che è costituito da sistemi TD più semplici separati fra loro da pareti.

Si parla di **trasformazione** quando in un sistema chiuso lo stato di equilibrio vincolato viene a cessare, per rimozione dei vincoli al contorno, il sistema scambia con l'ambiente calore e/o lavoro. Il sistema perverrà a una nuova situazione di equilibrio avendo attraverso una serie di

stati intermedi successivi detti nel loro insieme trasformazione termodinamica. Si distinguono i seguenti tipi di trasformazioni:

- **quasi-statica o internamente reversibile** è una trasformazione costituita da una successione di stati di equilibrio. Può non essere reversibile.
- **reversibile o totalmente reversibile** è una trasformazione che se percorsa in senso inverso riporta sistema e ambiente nello stato iniziale. E' impossibile in natura.
- **irreversibile** è una trasformazione in parte o per intero non reversibile. Non è rappresentabile su un diagramma di stato.
- **chiusa o ciclica** è una trasformazione in cui gli estremi coincidono.
- **elementare** è una trasformazione in cui una delle grandezze intensive del sistema ( $P$ ,  $v$  o  $T$ ) resta costante. Si può quindi dire che se:
  - ♦  $P = \text{cost}$  si ha una isobara;
  - ♦  $v = \text{cost}$  si ha una isocora;
  - ♦  $T = \text{cost}$  si ha una isoterma;

## B) EQUAZIONI DI BILANCIO DEL SISTEMA TERMODINAMICO

### B.1) Equazione di stato dei gas ideali (o perfetti):

$$pV = NRT$$

Valida per i gas cosiddetti perfetti in cui  $p$  è la *pressione* [Pa],  $V$  è il *volume* [m<sup>3</sup>],  $N$  è il *numero di moli* [kmol],  $R$  è la *costante universale dei gas* [J/kmol•K] e  $T$  è la *temperatura* [K]. Inoltre si può esprimere l'equazione di stato in queste forme:

- $pV = NRT \Rightarrow p\bar{v} = RT$  con  $\bar{v} = \frac{V}{N}$  *volume molare* [m<sup>3</sup>/kmol]
- $pV = NRT \Rightarrow p \frac{V}{m} = \frac{N}{m} RT \Rightarrow pv = \frac{R}{M} T \Rightarrow pv = R^* T$  con  $R^* = \frac{pv}{T} = \frac{R}{M}$  *cost. spec.*
- per i liquidi e solidi incomprimibili:

$$dv = \beta v dT - K_T v dp$$

I coefficienti sono determinabili mediante misure sperimentali e restano costanti per determinati intervalli di pressione e temperatura, in modo da rendere integrabile l'equazione differenziale che esprime un'equazione di stato TD per liquidi e solidi particolari.

### B.2) Principio di conservazione dell'energia (I principio della TD):

Per un sistema chiuso si definisce una funzione di stato detta energia interna detta  $U$ , la cui variazione è legata alle interazioni del sistema con l'ambiente.

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

In particolare si può dire che:

- L'energia interna totale è:  $U = m \cdot u$
- In forma differenziale si ha:  $\delta u = \delta q^{\leftarrow} - \delta l^{\leftarrow}$
- Se  $Z$  è costituito da A e B:  $U_Z = U_A + U_B \Rightarrow \Delta U_Z = Q_A + Q_B - (L_A + L_B)$
- Si il sist. è isolato o se c'è trasf. ciclica:  $\Delta U_{\text{ISOLATO CICLO}} = 0$

### B.3) Bilancio entropico (II principio della TD):

Per un sistema chiuso si definisce un'altra funzione di stato detta entropia  $S$ , la cui variazione causata da una trasformazione reversibile è data da:

$$\Delta S = \int \frac{dQ_{rev}^{\leftarrow}}{T}$$

$S$  ha lo stesso segno di  $dQ_{rev}$ . Se il sistema è sede di trasformazioni irreversibili la variazione di entropia è positiva; invece, tanto più le trasformazioni tendono alla reversibilità tanto più la variazione di entropia tende a zero. Si può dire poi che:

- L'entropia totale è:  $S = m \cdot s$
- Se  $Z$  è costituito da A e B:  $S_Z = S_A + S_B \Rightarrow \Delta S_Z = \Delta S_A + \Delta S_B$
- Il bilancio entropico si può dire che è:  $\Delta S = S_Q^{\leftarrow} + S_{irr}$

dove il primo termine è il contributo entropico entrante legato agli scambi di calore fra sistema e ambiente; il secondo è legato alle generazioni entropiche irreversibili.

## C) GRANDEZZE TERMODINAMICHE

### C.1) Lavoro termodinamico:

Il lavoro generato in un pistone quando si presenta uno squilibrio tra le forze interne ed esterne si ha generazione di lavoro termodinamico che in termini differenziali (e in forma integrata fra uno stato iniziale  $i$  e uno finale  $f$ ) è così esprimibile:

$$\delta L^{\rightarrow} = PAds = PdV$$

$$L^{\rightarrow} = \int_i^f Pdv$$

Il lavoro non è una funzione di stato per cui il suo differenziale non è esatto. Il lavoro TD in un ciclo è positivo se si ha una macchina motrice (cioè se è percorso in senso orario), è invece negativo se si ha una macchina operatrice (cioè se è percorso in senso anti-orario).

### C.2) Calore, calori specifici e politropiche:

Il calore è già stato definito in maniera indiretta nel I principio della TD, possiamo definire la capacità termica e il calore specifico seguendo una trasformazione  $x$ :

$$C_x = \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

CAPACITA' TERMICA

$$c_x = \frac{1}{m} \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

CALORE SPEC.

Si possono definire alcuni calori specifici in funzione che la trasformazione sia isobara ( $P = \text{cost}$ ) o isocora ( $v = \text{cost}$ ), rispettivamente detti calore specifico a pressione costante ( $c_p$ ) e calore specifico a volume costante ( $c_v$ ). Tuttavia non è necessario calcolarli tutte le volte con relazioni differenziali del tipo scritte sopra, infatti per il gas perfetto basta fare riferimento alla relazione di Mayer e si ha che:

RELAZIONE DI MAYER $c_p = c_v + R^*$ $\Downarrow$ $ c_p  >  c_v $	$\Rightarrow$	gas monoatomico:	$c_v = \frac{3}{2} R^*$	$c_p = \frac{5}{2} R^*$
		gas biatom. o poliatom. lin. (p.e. l'aria):	$c_v = \frac{5}{2} R^*$	$c_p = \frac{7}{2} R^*$
		gas poliatomico non lineare:	$c_v = \frac{6}{2} R^*$	$c_p = \frac{8}{2} R^*$

**N.B.:** per un liquido incompressibile perfetto ha  $c_v$  e  $c_p$  coincidenti e costanti, in quanto  $p$  e  $v$  sono costanti. Per cui  $c_v = c_p = c(T) = \text{cost}$ .

Si definisce **trasformazione politropica** una trasformazione di un gas ideale per la quale  $c_x$  è costante). Per la politropica si definisce un indice  $n$ :

$$n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v} = - \frac{vdP}{Pdv}$$

In base al valore che  $c_x$  assume si capisce con che tipo di trasformazione si ha a che fare. Infatti se  $c_x$  tende a  $\pm\infty$  allora  $n = 1$  e la trasformazione è isoterma; se  $c_x$  coincide con  $c_v$  allora  $n$  tende a  $\pm\infty$  e la trasformazione è isocora; se  $c_x$  coincide con  $c_p$  allora  $n$  tende a 0 e la trasformazione è isobara; se  $c_x$  tende a 0 allora  $n = c_p/c_v = \text{cost}$  e la trasformazione è adiabatica. Si può poi calcolare il **lavoro scambiato su una generica politropica**:

$$L^{\rightarrow} = \int_1^2 Pdv = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \Rightarrow L = P_1 v_1 \ln \left( \frac{v_2}{v_1} \right) = P_1 v_1 \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right) \quad n = 1, \text{ TRASF. ISOTERMA}$$

### C.3) Entalpia:

L'entalpia specifica è così definita:

$$\boxed{h = u + Pv} \Rightarrow c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_{v=const} \quad \text{e} \quad c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_{p=const}$$

### C.4) Entropia:

Per determinare l'entropia per un **gas ideale** si ha che:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v} \xrightarrow{\int} s = s_0 + c_v \ln \frac{T}{T_0} + R^* \ln \frac{v}{v_0}$$

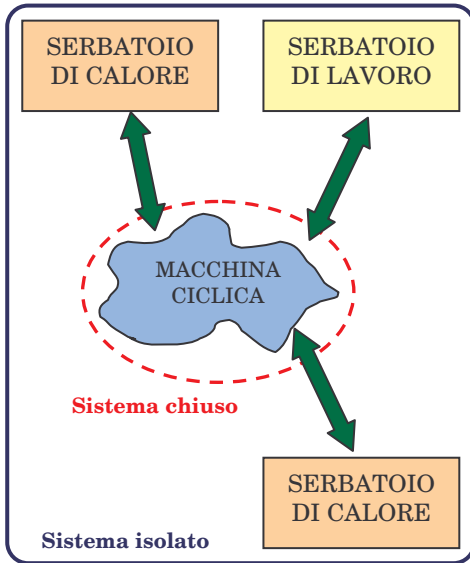
$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R^* \frac{dP}{P} \xrightarrow{\int} s = s_0 + c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{P}{P_0} \Rightarrow \boxed{T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R^*}{c_p}}} \text{ se } \Delta S = 0$$

$$ds = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P} \xrightarrow{\int} s = s_0 + c_p \ln \frac{v}{v_0} + c_v \ln \frac{P}{P_0}$$

L'entropia di una **liquido incompressibile** è invece:

$$ds = c \frac{dT}{T} \xrightarrow{\int} s = s_0 + c \ln \frac{T}{T_0}$$

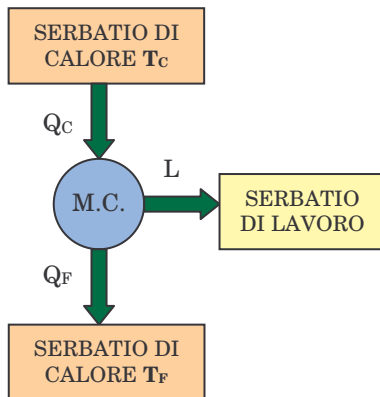
## D) MACCHINE TERMODINAMICHE



La **macchina TD** è un sistema TD composto ed isolato che, nella sua forma più semplice, è realizzato da due serbatoi di calore, da un serbatoio di lavoro e da una macchina ciclica che è in grado di produrre o assorbire con continuità lavoro interagendo con il serbatoio di lavoro e i due serbatoi di calore.

Il **serbatoio di calore** è un sistema TD che scambia solo calore con l'esterno senza alterare sensibilmente la sua temperatura. Il **serbatoio di lavoro** è un sistema TD che scambia solo lavoro con l'esterno senza variare la sua entropia. Tutta la macchina è considerata un sistema isolato; mentre il sistema TD semplice che interagisce con i serbatoi è un sistema chiuso, cioè non scambia massa con l'esterno (ma solo calore e lavoro con i rispettivi serbatoi di calore e lavoro).

### D.1) Macchina motrice:



Una macchina TD motrice è una macchina TD che è in grado di produrre lavoro prelevando calore dal serbatoio a temperatura maggiore (serbatoio caldo) e cedendone a quello a temperatura minore (serbatoio freddo), in quanto la macchina ciclica non è in grado di trasformare tutto il calore in lavoro. Una macchina TD motrice è p.e. una macchina a vapore o un motore a scoppio. La macchina ciclica è una macchina TD che periodicamente si riporta allo stato iniziale con variazioni di energia interna nulla.

Tenendo presente che nel complesso la macchina è un sistema chiuso, quindi  $\Delta U=0$  e  $\Delta S=S_{irr}$ , allora si può dire ricavare l'espressione del rendimento a partire dal bilancio di energia e di entropia:

$$\begin{cases} -Q_C + Q_F + L = 0 \\ -\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_F = Q_C - L \\ L = Q_C \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) - T_F S_{irr} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{L}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

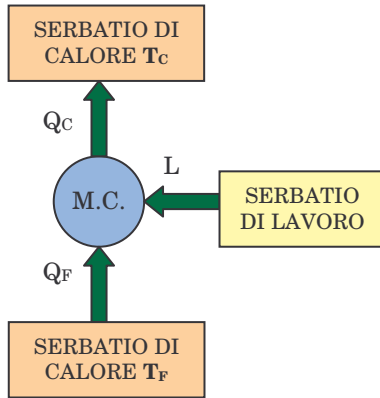
### D.2) Macchina motrice con serbatoio a massa finita:

Indicando  $T_1$  la temperatura iniziale del serbatoio e  $T_2$  la temperatura finale del serbatoio, si ha che il rendimento diventa:

$$\begin{cases} mc_v(T_2 - T_1) + Q_F + L = 0 \\ mc_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_C = mc_v(T_1 - T_2) \\ Q_F = mc_v T_F \ln \frac{T_1}{T_2} \\ L = mc_v(T_1 - T_2) - mc_v T_F \ln \frac{T_1}{T_2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{(T_1 - T_2) - T_F \ln \frac{T_1}{T_2}}{(T_1 - T_2)}}$$



### D.3) Macchina operatrice:



Una macchina TD operatrice è una macchina TD che è in grado di invertire il flusso naturale del calore assorbendo lavoro. P.e. il frigorifero (chè è una tipica macchina operatrice) preleva lavoro dal compressore per togliere calore dal suo interno per riversarlo all'esterno. Anche in questo caso la macchina ciclica è una macchina TD che periodicamente si riporta allo stato iniziale con variazioni di energia interna nulla. Si ha che  $Q_F$  è minore di  $Q_C$ . Un'altra macchina operatrice è p.e. la pompa di calore.

Tenendo presente che nel complesso la macchina è un sistema chiuso, quindi  $\Delta U=0$  e  $\Delta S=S_{irr}$ , allora si può dire ricavare l'espressione del Coefficiente di prestazione detto COP o  $\varepsilon$  a partire dal bilancio di energia e di entropia:

$$\begin{cases} Q_C - Q_F - L = 0 \\ \frac{Q_C}{T_C} - \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} Q_F &= Q_C - L \\ L(Q_C) &= Q_C \left( 1 - \frac{T_F}{T_C} \right) + T_F S_{irr} \\ L(Q_F) &= Q_F \left( \frac{T_C}{T_F} - 1 \right) + T_C S_{irr} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{frigor.} = \frac{Q_F}{L} \\ \varepsilon_{pompa\ calore} = \frac{Q_C}{L} \end{cases}$$

Sviluppando le espressioni dei due COP e ponendo che la macchina frigorifera e la pompa di calore operino in maniera reversibile si ha che:

$$\varepsilon_f = \frac{Q_F}{L} = \frac{T_F}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{irr}}{Q_F}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{f,rev} = \frac{T_F}{T_C - T_F}} \quad \text{COP MACC FRIG. CHE OP. REVERSIB.}$$

$$\varepsilon_f = \frac{Q_C}{L} = \frac{T_C}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{irr}}{Q_F}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{pdc,rev} = \frac{T_C}{T_C - T_F} = \varepsilon_f + 1} \quad \text{COP PDC CHE OPERA REVERSIB.}$$

## E) SISTEMI APERTI

Per studiare i sistemi aperti si fa riferimento ad un volume di controllo attorno al quale avvengono scambi di potenza e non di energia, per cui si farà riferimento alla potenza termica  $\dot{Q}$  (invece che il calore) e alla potenza meccanica  $\dot{L}$  (invece che il lavoro). Si parla di **accumulo di massa** se la massa in ingresso al sistema è maggiore di quella in uscita.

### E.1) Equazione di continuità e bilancio di massa:

L'equazione di continuità consente di esprimere la portata massica  $\dot{m}$  in funzione della densità (o massa volumica)  $\rho$ , della velocità media nella sezione di ingresso  $w$  e della superficie della sezione di ingresso  $\Omega$ :

$$\dot{m} = \rho w \Omega$$

A questo punto si ha che il bilancio di massa è:

$$\frac{dM}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow}$$

### E.2) Bilancio di energia:

E' legato alle forme di energia che si possono accumulare nel volume di controllo. Le forme di energia che si possono considerare sono:

- energia associata al trasporto di massa (cinetica, potenziale e TD o interna);
- calore scambiato;
- lavoro scambiato.

Per cui il bilancio di energia si può scrivere così:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} \left( h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_k + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\leftarrow}$$

### E.3) Bilancio di entropia:

L'equazione di bilancio entropico per un sistema aperto è la seguente:

$$\frac{dS}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr}$$

### E.4) Bilancio di massa, energia ed entropia per un sistema in regime stazionario:

Un sistema in regime stazionario è un sistema in cui la variazione di massa all'interno del volume di controllo nell'istante  $t$  è pari a 0; per cui la portata massica in ingresso è pari ed opposto alla portata massica in uscita.

$$\frac{dM}{dt} = \dot{m} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_i^{\leftarrow} = -\dot{m}_u^{\leftarrow}$$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}^{\leftarrow} \left[ (h_i - h_u) + g(z_i - z_u) + \frac{(w_i^2 - w_u^2)}{2} \right] + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\leftarrow} = 0$$

$$\frac{dS}{dt} = \dot{S}^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}^{\leftarrow} (s_i - s_u) + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} = 0$$

### E.5) Macchine aperte in regime stazionario:

La macchina aperta è un dispositivo adiabatico atto a scambiare lavoro per il quale si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e cinetica tra le sezioni di ingresso e uscita, in quanto i salti entalpici sono di entità nettamente più rilevante. Le tre macchine aperte classiche sono **TURBINA** (che espande il fluido), **COMPRESSORE** (che comprime il fluido) e **POMPA** (che è un compressore per liquido e non gas). Per tutti e tre i dispositivi è possibile modificare il bilancio di energia ed entropia in questo modo:

$$\begin{cases} \dot{m}(h_i - h_u) - \dot{L}_e = 0 \\ \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

⇒ SCAMBIATORE DI CALORE:

Poiché non scambia lavoro, ma solo calore, allora si può dire che i bilanci di energia e di entropia sono:

$$\begin{cases} \dot{m}(h_i - h_u) + \dot{Q}^{\leftarrow} = 0 \\ \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

⇒ DIFFUSORE:

È un dispositivo atto a variare la velocità fra le sezioni di ingresso e di uscita. In questo dispositivo la variazione di energia cinetica avviene a spese della variazione di entropia, infatti le equazioni di bilancio energetico e di entropia risultano:

$$\begin{cases} \left[ (h_i - h_u) + \frac{w_i^2 - w_u^2}{2} \right] = 0 \\ \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

⇒ VALVOLA DI LAMINAZIONE:

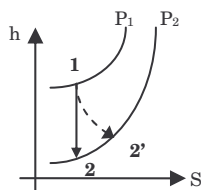
È un dispositivo stazionario, adiabatico, senza scambi di energia meccanica e senza variazioni di energia cinetica e potenziale utilizzata per esempio nei cicli frigoriferi. Per cui le equazioni di bilancio energetico ed isentropico portano a dire che:

$$\begin{cases} (h_i - h_u) = 0 \\ \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

### E.6) Rendimento isentropico per turbina e compressore:

⇒ TURBINA (macchina motrice):

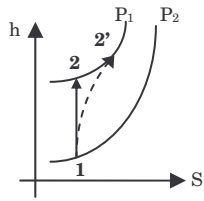
Si parla di rendimento isentropico di una turbina il rapporto fra la potenza realmente ottenuta e la potenza massima ottenibile in condizioni ideali (trasformazione del fluido isentropica e quindi adiabatica reversibile) a parità di condizioni di ingresso e a parità di pressione di fine espansione:



$$\eta_{isT} = \frac{\dot{L}_{reale}}{\dot{L}_{ideale}} = \frac{(h_1 - h_{2'})}{(h_1 - h_2)}$$

⇒ COMPRESSORE E POMPA (macchina operatrice):

Si parla di rendimento isentropico di un compressore e pompa il rapporto fra la potenza massima spesa in condizioni ideali (trasformazione del fluido isentropica e quindi adiabatica reversibile) e la potenza realmente spesa a parità di condizioni di ingresso e a parità di pressione di fine espansione:



$$\eta_{isC} = \frac{\dot{L}_{ideale}}{\dot{L}_{reale}} = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 - h_{2'})}$$

## F) SISTEMI ETEREOGENEI

Un sistema è detto eterogeneo se al suo interno vi sono uno o più componenti che si presentano in fasi (o stati d'aggregazione) differenti. Si può distinguere poi i sistemi monocomponente oppure multicomponente che a loro volta possono presentarsi sotto fasi diverse. Le grandezze estensive specifiche ( $e$ ) risultano dalla media pesata sulle masse dei valori delle grandezze estensive specifiche delle singole fasi ( $e_\alpha, e_\beta$ ), per cui (N.B. il termine  $x$  è detto **titolo**):

$$M = M_\alpha + M_\beta$$

$$E = E_\alpha + E_\beta$$

$$(1) \quad e = \frac{M_\alpha}{M} e_\alpha + \frac{M_\beta}{M} e_\beta = x_\alpha e_\alpha + x_\beta e_\beta \quad \xrightarrow{x_\alpha + x_\beta = 1} \quad e = (1 - x_\beta) e_\alpha + x_\beta e_\beta$$

**N.B.** Nel caso di **sistemi eterogenei** il **vapor d'acqua NON** è da considerarsi assolutamente un **gas perfetto**.

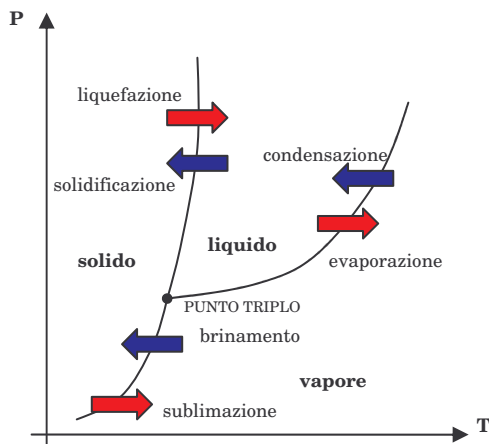
Per un sistema eterogeneo si possono individuare:

- **stati monofasi:** solido, liquido, aeriforme (gas);
- **stati bifasi:** solido-liquido, liquido-aeriforme (o vapore), solido-aeriforme (o vapore);
- **stati tripli:** coesistenza di solido-liquido-aeriforme (o vapore);

Gli stati che un fluido attraversa nel riscaldamento progressivo a partire dalla fase liquida sono i seguenti:

- **liquido sotto-raffreddato:** liquido non in procinto di evaporare.
- **liquido saturo:** liquido in procinto di evaporare.
- **miscela satura liquido-vapore:** compresenza di liquido e di primo vapore.
- **vapore saturo:** vapore in condizioni di incipiente condensazione.
- **vapore surriscaldato:** vapore non in procinto di condensare.

### F.1) Transizioni di fase ed entalpie associate:



Entalpia di liquefazione  $h_l - h_s > 0$

Entalpia di solidificazione  $h_s - h_l < 0$

Entalpia di evaporazione  $h_v - h_l > 0$

Entalpia di condensazione  $h_l - h_v < 0$

Entalpia di sublimazione  $h_v - h_s > 0$

Entalpia di brinamento  $h_s - h_v < 0$

### F.2) Proprietà TD dei sistemi bifase (liquido-vapore):

In un sistema bifase in cui si ha la compresenza del componente sia in fase liquida che in fase aeriforme (in particolare vapore) si può dire che il titolo di vapore (o di miscela satura) e di liquido sono così definiti e fra loro esiste un legame:

$$x = x_v = \frac{M_v}{M} \quad \text{TITOLO DI VAPORE}$$

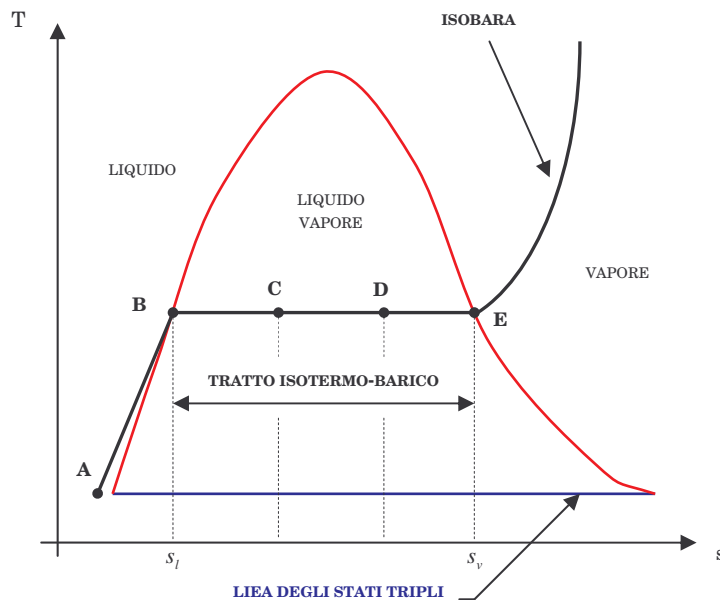
$$x_l = \frac{M_l}{M} \quad \text{TITOLO DI LIQUIDO}$$

$$x_v + x_l = 1 \quad \Rightarrow \quad x_l = 1 - x$$

Da queste relazioni si può ricavare le grandezze estensive specifiche (cioè  $v$ ,  $u$ ,  $s$  ed  $h$ ) della miscela saturo (cioè liquido più vapore) utilizzando la (1) della pagina precedente ed inserendo le grandezze estensive della porzione di liquido e di vapore (che si reperiscono dalle tabelle conoscendo pressione e temperatura; p.e. se si vuole conoscere  $v$  della miscela saturo è necessario conoscere il titolo  $x$  della miscela e la pressione e la temperatura):

$$\begin{aligned}
 v &= (1-x)v_l + xv_v &\Rightarrow & \boxed{v = v_l + xv_{lv}} & \text{con } v_{lv} = (v_v - v_l) \\
 u &= (1-x)u_l + xu_v &\Rightarrow & \boxed{u = u_l + xu_{lv}} & \text{con } u_{lv} = (u_v - u_l) \\
 s &= (1-x)s_l + xs_v &\Rightarrow & \boxed{s = s_l + xs_{lv}} & \text{con } s_{lv} = (s_v - s_l) \\
 h &= (1-x)h_l + xh_v &\Rightarrow & \boxed{h = h_l + xh_{lv}} & \text{con } h_{lv} = (h_v - h_l)
 \end{aligned}$$

### F.3) Diagramma T-s di un bifase monocomponente:



La curva indicata in nero è una generica isobara alla pressione  $P$ ; quella in blu è la linea degli stati tripli; quella in rosso è il diagramma T-s del bifase. Nel tratto AB si ha il componente in fase solamente liquida. In B il componente è liquido saturo: il titolo è pari a 0. Nel tratto BE si ha la compresenza di liquido e vapore, con C e D punti intermedi di questo tratto detto isotermo-barico. In C (che è a un terzo di BE) il titolo è circa 0,333. In D (che è a due terzi di BE) il titolo è 0,666. In E si ha il vapore saturo, con titolo pari a 1.

### F.4) Interpolazione di grandezze estensive specifiche:

Se la generica grandezza  $x$  (cioè  $v$ ,  $u$ ,  $s$  o  $h$ ) è da calcolare alla temperatura  $T$  o alla pressione  $P$  assegnati, ma queste non sono presenti in tabella, allora si può utilizzare l'interpolazione lineare considerando  $x_1$  ed  $x_2$  riscontrabili in tabella a cui corrispondono  $T_1$  e  $T_2$  o  $P_1$  e  $P_2$  tramite questa formula da cui si ricava  $x$ :

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1} \qquad \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{P - P_1}{P_2 - P_1}$$

### F.5) Forme approssimate di entalpia ed entropia:

Dal momento che il fluido maggiormente impiegato è l'acqua, esistono espressioni approssimate per calcolare l'entalpia e l'entropia specifica a partire da un punto di riferimento che è lo stato triplo liquido saturo:

$$\text{STATO SOLIDO} \quad \left\{ \begin{array}{l} h = h_0 + h_{l,sat} + c_s(T - T_0) + v(P - P_0) \\ s = s_0 + s_{l,sat} + c_s \ln \frac{T}{T_0} = s_0 + \frac{h_{l,sat}}{T_0} + c_s \ln \frac{T}{T_0} \end{array} \right.$$

$$\text{STATO LIQUIDO} \quad \left\{ \begin{array}{l} h = h_0 + c_l(T - T_0) + v(P - P_0) \\ s = s_0 + c_l \ln \frac{T}{T_0} \end{array} \right.$$

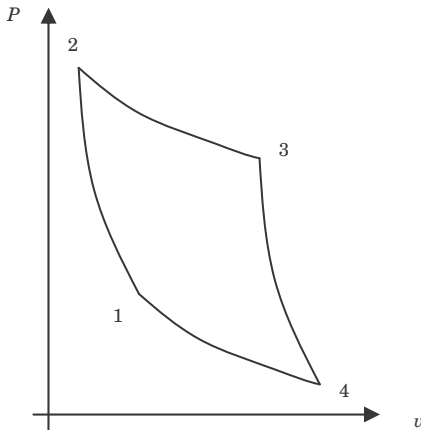
### F.6) Proprietà TD dell'acqua:

<b>Stato triplo:</b>	$T_t = 273,16 \text{ K}$	$P_t = 611,2 \text{ Pa}$
<b>Stato critico:</b>	$T_{cr} = 647,29 \text{ K}$	$P_{cr} = 220,9 \text{ Pa}$

<b>Calore spec. ghiaccio:</b>	$c_s = 2093 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$
<b>Calore spec. liquido:</b>	$c_l = 4186 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$
<b>Calore spec. medio a P cost vapore:</b>	$c_{p_v} = 2009 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

<b>Entalpia di solidif. stato triplo:</b>	$h_{l,sat} = -333 \text{ kJ/ kg}\cdot\text{K}$
<b>Entalpia di evap. stato triplo:</b>	$h_{l,sat} = 2501,6 \text{ kJ/ kg}\cdot\text{K}$

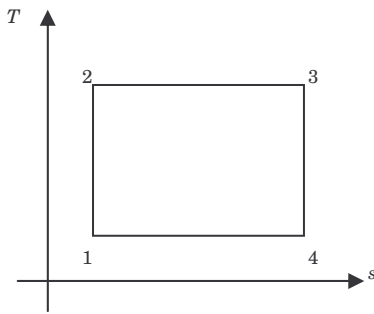
## G) CICLI TERMODINAMICI A GAS



I cicli che si studieranno sono il **ciclo di Carnot**, il **ciclo Joule-Brayton** e il **ciclo Rankine**. Si vedranno solo alcune caratteristiche dei cicli Otto e Diesel. I cicli che considereremo inizialmente sono simmetrici, cioè cicli in cui si hanno quattro trasformazioni che sono uguali a due a due ed alternati fra loro lungo il senso di percorrenza del ciclo. In queste ipotesi si può dire che, in riferimento al grafico riportato a lato, il prodotto delle grandezze estensive dei vertici opposti sono uguali, infatti:

$$v_1 v_3 = v_2 v_4 \quad P_1 P_3 = P_2 P_4 \quad T_1 T_3 = T_2 T_4$$

### G.1) Ciclo di Carnot:



E' un ciclo piuttosto teorico, infatti non fornisce applicazioni impiantistiche. Sicuramente il ciclo si distingue poiché è simmetrico; costituito da due isentropiche e due isoterme; la sua area è piuttosto piccola, quindi non è possibile ricavare molto lavoro; il rendimento del ciclo è massimo se le temperature  $T_2$  e  $T_3$  coincidono con la temperatura del serbatoio di calore caldo e la  $T_1$  e  $T_4$  con quella del serbatoio di calore freddo. Abbiamo detto che è un ciclo teorico e poco realistico poiché nella realtà le isentropiche per avvenire necessitano di reazioni veloci su superfici piccole, mentre le isoterme sono lente e necessitano di reazioni veloci; in altre parole è un ciclo impiantisticamente difficile da realizzare.

Il **rendimento** del ciclo di **Carnot** se **non** vi sono **irreversibilità** (cioè se le trasformazioni sono perfettamente con delle isoterme e delle isentropiche) e se  $T_2 = T_3 = T_C$  e se  $T_1 = T_4 = T_F$ :

$$\eta = \frac{L}{Q_c} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_1 \Delta s}{T_3 \Delta s} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

Se il ciclo non è ideale, ma vi sono delle **irreversibilità esterne**, ovvero  $T_1 > T_F$  e se  $T_2 < T_C$ , allora si ha che:

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C} > \eta_{ciclo} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$\Rightarrow$

$$Q_C \left( \frac{T_C T_1 - T_F T_2}{T_2 T_C T_F} \right) = S_{irr} > 0$$

BILANCIO ENTROPICO A TUTTA LA MACCHINA

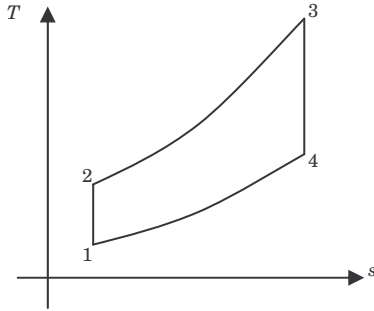
Se il ciclo non è ideale, ma vi sono delle **irreversibilità esterne**, ovvero  $s_1 < s_2$  e se  $s_3 < s_4$ , allora si ha che:

$$s_2 - s_3 + s_4 - s_1 = S_{irr} > 0$$

BILANCIO ENTROPICO A TUTTA LA MACCHINA



## G.2) Ciclo di Joule-Brayton:



E' un ciclo simmetrico, costituito da due isentropiche e due isobare. Si può dire che

- 1 → 2 è una compressione isentropica.
- 2 → 3 è uno scambio di calore isobaro.
- 3 → 4 è un'espansione isentropica.
- 4 → 1 è ancora uno scambio di calore isobaro.

Il **rendimento** del ciclo di **Joule-Brayton (JB)** è il seguente:

$$\eta = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_c} = 1 - \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \text{oppure} \quad \eta = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}$$

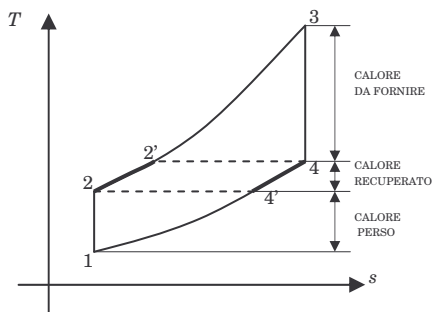
Dove  $r_p$  è il rapporto di compressione:

$$(r_{p,\min} = 1) < \left( r_p = \frac{P_2}{P_1} \right) < \left( r_{p,\max} = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right) \quad \text{e} \quad k = \frac{c_v}{c_p}$$

Il **lavoro netto prodotto** dal ciclo **JB** è:

$$l = c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} \right) - c_p T_1 \left( r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \Rightarrow l_{\max} |_{r_{p,opt}}, \quad \text{con} \quad r_{p,opt} = \sqrt{r_{p,\max}}$$

## G.3) Ciclo di Joule-Brayton con rigenerazione:



Se  $T_4$  è maggiore di  $T_2$  si pensa di recuperare tale calore che andrebbe nell'ambiente e lo si reintroduce per scaldare sulla isobara 2 → 3 il fluido. Il **rendimento** del ciclo **JB** con **rigenerazione** è il seguente:

$$\eta = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_c} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4}$$

## G.4) Ciclo di Joule-Brayton inverso:

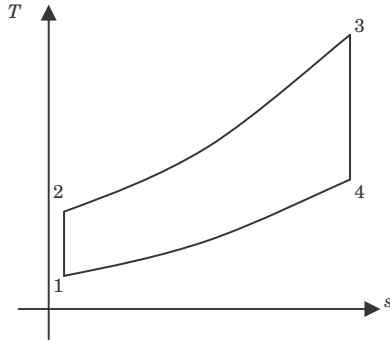
Si tratta di un ciclo frigorifero costituito da due isoentropiche e da due isobare, come nel ciclo JB diretto, solamente che viene percorso in senso inverso ed è utilizzato per la refrigerazione. Per cui si può dire che il COP è:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C - \dot{Q}_F} = \frac{T_2 - T_1}{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}$$

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_4 - T_1} = \frac{1}{r^{\frac{k-1}{k}} - 1}$$

SOLO PER CICLI SIMMETRICI !!!

#### G.4) Ciclo Otto:



E' un ciclo simmetrico, costituito da due isentropiche e due isocore. Si può dire che:

- 1 → 2 è una compressione isentropica;
- 2 → 3 è un riscaldamento isocoro;
- 3 → 4 è una espansione isentropica;
- 4 → 1 è un raffreddamento isocoro;

Il **rendimento** del ciclo **Otto** è:

$$\eta = \frac{L}{Q_c} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}}$$

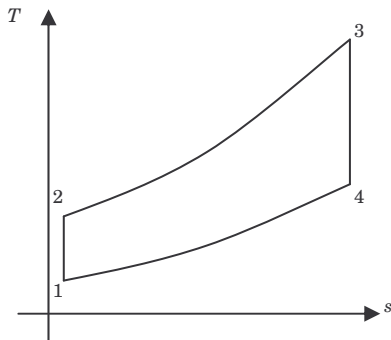
Dove  $r_v$  è il rapporto di compressione

$$r_v = \frac{V_1}{V_2}$$

Mentre il **lavoro netto prodotto** dal ciclo Otto è:

$$l = c_v T_3 \left( 1 - \frac{T_4}{T_3} \right) - c_v T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = c_v T_3 \left( 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}} \right) - c_v T_1 (r_v^{k-1} - 1)$$

#### G.5) Ciclo Diesel:



E' un ciclo simmetrico, costituito da due isentropiche, una isocora ed una isobara. Si può dire che:

- 1 → 2 è una isentropica;
- 2 → 3 è una isobara;
- 3 → 4 è una isentropica;
- 4 → 1 è una isocora;

Il **rendimento** del ciclo **Diesel** è:

$$\eta = \frac{L}{Q_c} = 1 - \frac{c_v (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{1}{k} \frac{(z^k - 1)}{(z - 1)}$$

Dove  $r$  è il rapporto di compressione volumetrico e  $z$  è il rapporto di combustione:

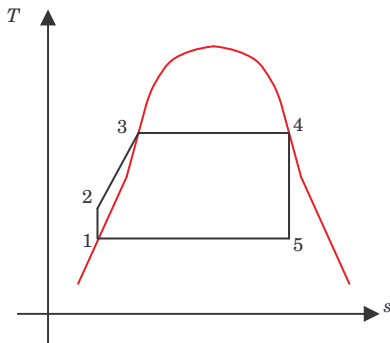
$$r = \frac{V_1}{V_2}$$

$$z = \frac{V_3}{V_2}$$

## G.6) Ciclo motore a vapore o Ciclo Rankine:

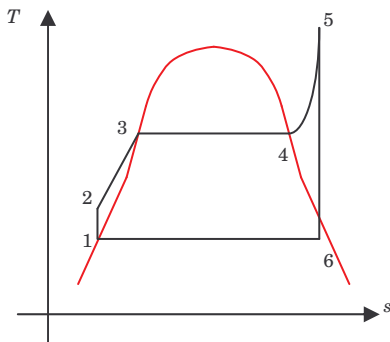
L'idea è quella di applicare il ciclo di Carnot ad un sistema bifase per produrre lavoro. Tuttavia, dati i requisiti tecnici del ciclo di Carnot, si nota immediatamente che non esiste un compressore per bifase con  $\eta$  interessante e non esiste nemmeno una turbina che non si rompa lavorando con un bifase per coppie di entropia e temperatura che si trovano all'interno della curva del bifase. Un fluido che assolve alle caratteristiche richieste da questi presupposti è l'acqua. Inoltre per ovviare ai problemi tecnologici sopra riportati si modifica il ciclo di Carnot (che avevamo già detto non essere molto reale) e il ciclo nuovo che si ottiene prende il nome di ciclo Rankine.

⇒ CICLO RANKINE SEMPLICE:



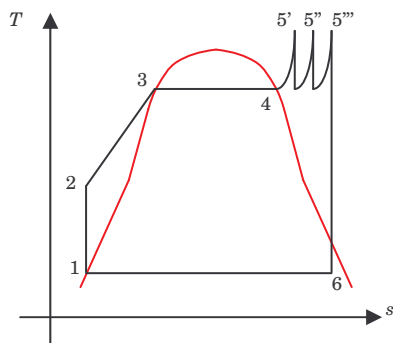
In 1 si ha solo liquido e il compressore lavora perciò solamente su acqua liquida. Da 2 a 3 si ha un innalzamento della temperatura fino in 3 dove si ha liquido saturo. Da 3 a 4 si ha una isoterma. Da 4 a 5 si avrebbe un'espansione in turbina, ma per questo dispositivo il salto di pressione da 4 a 5 in bifase è troppo gravoso. Per cui è necessario ricorrere ad un escamotage, come si nota nel ciclo Rankine seguente.

⇒ CICLO RANKINE CON SURRISCALDAMENTO:



In questo ciclo Rankine modificato, valgono le stesse considerazioni fatte per il ciclo precedente, solamente che una volta giunti in 4 vi è un riscaldamento fino in 5, ottenendo così vapore surriscaldato e non vapore saturo come in 4. A questo punto si va in 6 con un'espansione in turbina per poi ricadere ancora sotto la curva del bifase, ma con un titolo  $x$  maggiore o uguale a 0,9.

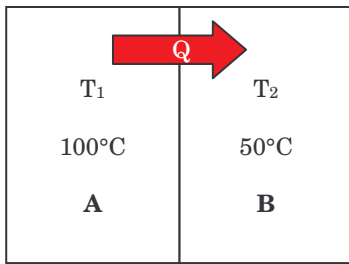
⇒ CICLO RANKINE CON SURRISCALDAMENTI RIPETUTI:



Questo ciclo è simile al precedente solo che i riscaldamenti a valle del punto 4 sono più limitati e ripetuti per più volte. Questo espediente è utile per spostare destra il titolo del bifase alla fine del ciclo, in linea di principio con questo tipo di ciclo Rankine si ottiene un titolo maggiore che col ciclo Rankine con un solo riscaldamento.

# TRASMISSIONE DEL CALORE

## H) CONCETTI GENERALI



Se consideriamo due sistemi A e B non isolati termicamente a temperature diverse  $T_1 \neq T_2$ , dalla TD, si sa che vi sarà trasferimento di calore  $Q_{AB} > 0$ . Se non intervengono altri fattori, dopo un certo periodo di tempo  $T_1 = T_2$ , dopo di che  $Q_{AB} = 0$ . Con la TD si può calcolare quanto calore viene trasferito fra i due sistemi, ma non la rapidità con cui quest'ultimo avviene. Per cui la trasmissione del calore si occupa dell'insieme di leggi che governano il passaggio di calore da un sistema ad un altro o da un

punto ad un altro di uno stesso sistema, dei dispositivi coinvolti negli scambi di calore e delle leggi che danno la distribuzione di temperatura all'interno di un sistema in funzione dello spazio e del tempo. Per cominciare definiamo queste grandezze:

**Calore scambiato:**

$$Q = \int_0^T \dot{Q} dt = \dot{Q} \Delta t$$

**Flusso termico areico:**

$$\Phi = \bar{q} = \frac{Q}{A}$$

I meccanismi che presiedono alla trasmissione del calore sono tre: **conduzione**, **convezione** ed **irraggiamento**. Tutti e tre i meccanismi si manifestano a causa di una differenza di temperatura fra un sistema a temperatura maggiore verso uno a temperatura minore. La conduzione e l'irraggiamento coinvolgono solamente il trasferimento di calore, mentre la convezione comporta sempre anche trasporto di massa. Generalmente questi tre fenomeni sono associati tra loro in varie combinazioni.

## I) CONDUZIONE

E' il trasferimento di energia che si verifica per effetto dell'interazione delle particelle di una sostanza dotata di maggiore energia con quelle adiacenti dotate di minore energia. Può avvenire nei liquido, solidi ed aeriformi. Nei liquidi e negli aeriformi è dovuta alla collisione delle molecole nel loro moto caotico; nei solidi è dovuta alla vibrazione delle molecole all'interno del reticolo cristallino e al trasporto di energia da parte degli elettroni liberi. La conduzione si basa sulla **legge generale della conduzione**:

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad}T$$

Da cui discende con diverse elaborazioni matematiche l'**equazione generale per la conduzione** (valida per ogni forma geometrica):

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_v \rho T) = \lambda \nabla^2 T + \sigma \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho c_v}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{\sigma}{\lambda} \quad (2)$$

Dove  $\rho$  è la densità,  $\lambda$  è la conduttività termica [W/m<sup>2</sup>·K] e  $\sigma$  è la potenza generata nell'unità di volume [W/m<sup>3</sup>].

### I.1) Equazioni di conduzione in casi particolari:

Ciò che interessa però è poter ricavare un'espressione che consenta di capire come varia la T nello spazio. Vediamo alcuni casi significativi che sono rilevanti a livello applicativo e che semplificano notevolmente l'equazione generale che è di tipo differenziale e quindi difficilmente manipolabile.

⇒ PARETE PIANA INFINITA:

In questo caso dovremo fare riferimento ad un sistema di riferimento di coordinate cartesiane, di conseguenza la T dipenderà da  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Tuttavia, siccome la parete si estende in maniera indefinita solamente in una sola direzione (p.e.  $x$ ), allora semplificheremo notevolmente la (2) poiché T dipenderà solo da  $x$  e otterremo che in una parete piana infinita in **regime stazionario** la T varierà secondo questa equazione in funzione di  $x$ :

$$T = -\frac{\sigma}{2\lambda} x^2 + Ax + B$$

PARETE PIANA  
INFINITA

Se non vi è generazione interna di potenza il coefficiente di  $x^2$  è nullo.

⇒ CILINDRO CAVO O PIENO DI ALTEZZA INFINITA:

In questo caso dovremo fare riferimento ad un sistema di riferimento di coordinate cilindriche, di conseguenza la T dipenderà da  $r$ ,  $\varphi$  e  $z$ . Tuttavia, siccome il cilindro si estende in maniera indefinita per la lunghezza, allora semplificheremo notevolmente la (2) poiché T dipenderà solo da  $r$  e otterremo che in un cilindro cavo o pieno di altezza infinita in **regime stazionario** la T varierà secondo questa equazione in funzione di  $r$ :

$$T = -\frac{\sigma}{4\lambda} r^2 + A \ln \frac{r}{B} = -\frac{\sigma}{4\lambda} r^2 + A \ln r + C$$

CILINDRO CAVO O PIENO  
DI ALTEZZA INFINITA

Se non vi è generazione interna di potenza il coefficiente di  $r^2$  è nullo.

⇒ SFERA CAVA O PIENA:

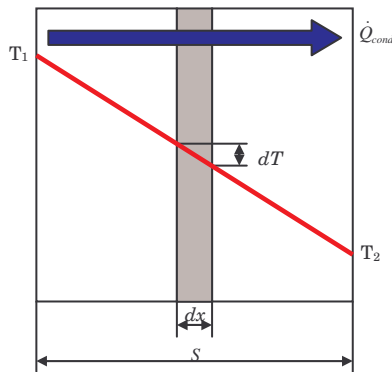
In questo caso dovremo fare riferimento ad un sistema di riferimento di coordinate sferiche, di conseguenza la  $T$  dipenderà da  $r$ ,  $\theta$  e  $\varphi$ . Tuttavia, siccome la sfera ha caratteristiche particolari di simmetria in ogni direzione, allora semplificheremo notevolmente la (2) poiché  $T$  dipenderà solo da  $r$  e otterremo che in una sfera cava o piena in **regime stazionario** la  $T$  varierà secondo questa equazione in funzione di  $r$ :

$$T = -\frac{\sigma}{6\lambda}r^2 + \frac{A}{r} + B$$

SFERA CAVA  
O PIENA

## I.2) Calcolo del flusso di calore attraverso una parete di un edificio:

⇒ PARETE PIANA INFINITA:



Considerando costanti le temperature dell'aria interna ed esterna alla parete di un edificio, la trasmissione del calore può essere considerata **stazionaria** e **monodimensionale**. Se **non vi è** nessuna **generazione interna di potenza**, allora si può dire che la relazione fondamentale del calcolo del flusso di calore attraverso una parete è la seguente:

$$\dot{Q}_{cond} = -\lambda A \frac{dT}{dx}$$

FLUSSO DI CALORE PER  
CONDUZIONE DI UNA PARETE  
INDEFINITA MONODIMENSIONALE  
IN REGIME STAZIONARIO.

Dove  $\dot{Q}_{cond}$  è la quantità di calore che fluisce nella direzione  $x$  nell'unità di tempo [W];  $\lambda$  è la conducibilità termica del materiale [W/m·K];  $A$  è l'area della superficie normale a  $x$  attraverso la quale fluisce il calore;  $dT/dx$  è il gradiente di temperatura nella direzione  $x$ . Il segno “-” tiene conto del fatto che il flusso di calore va nel senso in cui  $dT/dx$  diminuisce.

In queste ipotesi la distribuzione di temperatura in una parete piana è lineare, come a lato. Da notare che  $T_1$  è la **temperatura della parete** e **NON la temperatura dell'ambiente** su cui si affaccia e lo stesso vale per  $T_2$ . Se integriamo ambo i membri, si ha che:

$$\int_0^s \dot{Q}_{cond} dx = \int_{T_1}^{T_2} \lambda A dT \Rightarrow \dot{Q}_{cond} = -\frac{\lambda}{s} A (T_2 - T_1) \quad (3)$$

Dove si può individuare un termine particolare che è la **conduttanza termica** che è l'inverso della **resistenza termica** che utilizzeremo per rielaborare la (3):

$$R_C = \frac{s}{\lambda} \Rightarrow \dot{Q}_{cond} = -\frac{1}{R_C} A (\Delta T)$$

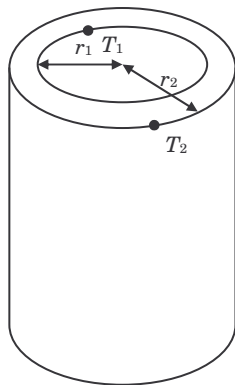
La resistenza termica è direttamente proporzionale allo spessore  $S$  della parete ed inversamente proporzionale alla conducibilità  $\lambda$  della parete. Cioè a parità di spessore, offrirà una  $R_c$  maggiore pareti con conducibilità  $\lambda$  minore. Possiamo individuare queste conducibilità per alcuni materiali particolari:

Materiale	Vetro	Granito	Gomma	Mattone	Calcestruzzo	Pino	Abete	Sabbia	Neve	Ghiaccio	Laterizio ord.	Intonaco	Fibra di vetro	Polistirene	Sughero
$\lambda$	1,4	2,79	0,13	$\frac{1}{1,8}$	1,4	0,11	0,14	0,27	0,049	1,88	0,72	$\frac{0,25}{0,72}$	0,046	0,027	0,039

Ovviamente se abbiamo una parete costituita da più strati di materiali diversi, ognuno di essi sarà caratterizzato da una propria  $R_c$  dal momento che ogni materiale ha una sua specifica  $\lambda$ . L'andamento della temperatura attraverso la parete sarà una spezzata, mentre per il calcolo del flusso di calore complessivo attraverso la parete potremo dire che vale la seguente formula posto che la parete sia composta da  $n$  strati ciascuno con il suo spessore  $S_i$  e una sua conducibilità  $\lambda_i$ :

$$\dot{Q}_{cond,tot} = R_T A (T_1 - T_2) \quad \text{dove} \quad R_T = \sum_i R_i = \sum_i \frac{S_i}{\lambda_i}$$

⇒ PARETE CILINDRICA INDEFINITA:



Con lo stesso procedimento visto per la parete piana indefinita, si ottiene la relazione differenziale della distribuzione del flusso di calore in senso radiale:

$$\dot{Q}_{cond} = -\lambda A \frac{dT}{dr}$$

FLUSSO DI CALORE PER CONDUZIONE DI UNA CILINDRICA INDEFINITA IN REGIME STAZIONARIO.

Integrando ora ambo i membri si ha che:

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}_{cond}}{A} = -\int_{T_1}^{T_2} \lambda \frac{dT}{dr} \Rightarrow \dot{Q}_{cond} = 2\pi L \lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Da dove si può ricavare in maniera simile a prima l'espressione della **resistenza termica** per una **parete cilindrica**:

$$R_{cil} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L \lambda} \Rightarrow \dot{Q}_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{R_{cil}}$$

⇒ SFERA:

Con lo stesso procedimento visto per i due casi precedenti si ha che la relazione del flusso di calore attraverso una sfera è così ottenibile:

$$\dot{Q}_{cond} = 4\pi r_1 r_2 \lambda \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1}$$

FLUSSO DI CALORE PER CONDUZIONE DI UNA SFERA IN REGIME STAZIONARIO.

Da dove si può ricavare in maniera simile a prima l'espressione della **resistenza termica** per una **sfera**:

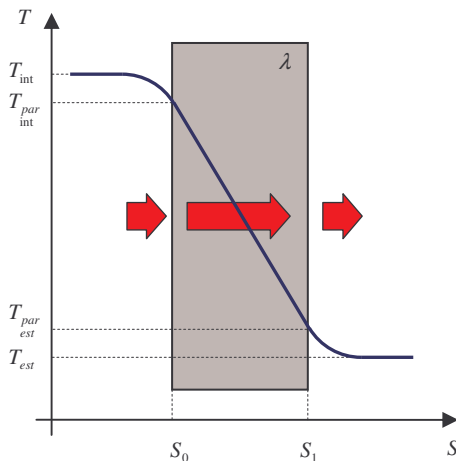
$$R_{sfera} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 \lambda} \Rightarrow \dot{Q}_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{R_{sfera}}$$

## L) CONVEZIONE

E' il trasferimento di energia associato al moto macroscopico del sistema: è quindi un processo che si verifica tra la superficie di un corpo ed un fluido in moto relativo. Si distingue quindi fra:

- **convezione forzata:** nella quale il moto del fluido è imposto da n agente esterno.
- **convezione naturale:** nella quale il moto del fluido è causato dal processo di trasmissione del calore.

La convezione è un fenomeno che quasi sempre si accoppia alla conduzione, p.e. in una parete edilizia oltre alla trasmissione di calore legata alla conduzione attraverso alla parete, bisogna tenere conto anche della trasmissione del calore per convezione. Avevamo trattato il caso della parete edilizia nella quale la temperatura decresce con l'aumentare dello spessore. Avevamo



inoltre accennato al fatto che la temperatura sulla facciata interna ed esterna sono diverse dalle temperature interne ed esterne: questo si spiega appunto con la convezione. A lato vi è l'andamento della temperatura attraverso la parete e gli strati d'aria circostanti. Quindi per la trasmissione del calore nella parete edilizia è necessario tenere conto che il calore si trasmette:

- per **convezione** tra l'aria interna del locale e la superficie interna della parete;
- per **conduzione** attraverso la parete (costituita eventualmente anche da più strati);
- per **convezione** tra a facciata esterna della parete e l'aria esterna.

Il flusso totale di calore che coinvolge la conduzione, ma anche la convezione, è il seguente:

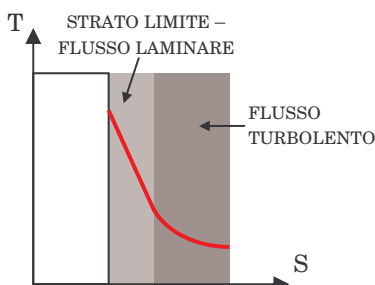
$$R_{tot} = R_{conv,int} + R_{cond} + R_{conv,est} = \frac{1}{h_{int}} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_{est}} \Rightarrow \dot{Q}_{tot} = \frac{1}{R_{tot}} A(T_{int} - T_{est})$$

Dove il termine  $1/R_{tot}$  è detta **trasmittanza della parete**. Le  $R$  legate ai fenomeni di convezione interna ed esterna, dipendono inversamente ai coefficienti convettivi (o conduttanza convettiva)  $h$  che dipende dalle proprietà fisiche del fluido (capacità termica, temperatura, ecc...), dinamica del flusso (velocità) e geometria della superficie della parete. Quindi il problema è determinare questo coefficiente  $h$ . In generale se vogliamo considerare solo il fenomeno di convezione, il **flusso di calore scambiato per convezione** è così esprimibile:

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_{sup} - T_{inf})$$

Di seguito alcuni valori di  $h$  in convezione naturale e in convezione forzata:

	Conv. naturale	Conv. forzata
<b>Gas</b>	3 – 20	10 – 100
<b>Liquidi</b>	100 – 600	50 – 500
<b>Acqua bollente</b>	1000 – 2000	500 – 10000



Il **flusso** del fluido può essere **laminare** o **turbolento**. Nel primo caso, non essendovi rimescolamento del fluido, lo scambio di calore avviene per conduzione. Nel secondo caso in prossimità della parete si incontra il moto turbolento, ovvero un forte rimescolamento del fluido ed un elevato trasporto di calore. La maggiore resistenza al passaggio di calore è offerta dallo strato limite.



## L.1) Determinazione del coefficiente convettivo $h$ :

⇒ CONVEZIONE FORZATA:

Nella convezione forzata  $h$  dipende da:

- caratteristiche del fluido: **densità** ( $\rho$ ), **viscosità** ( $\mu$ ), **calore specifico** ( $c_p$ ) e **conduttività** ( $\lambda$  o  $k$ );
- condizioni di moto del fluido: **velocità** ( $v$  o  $w$ );
- geometria della parete: **diametro equivalente** ( $D$ ).

Quindi si può dire che  $h$  è funzione di tutti questi parametri:

$$h_{forz} = h(\rho, \mu, c_p, k, w, D)$$

Per risolvere questo problema si devono individuare tre gruppi dimensionali che leghino fra loro le varie grandezze che influiscono su  $h$ :

- **NUMERO DI NUSSELT:** E' il rapporto tra la potenza termica scambiata con moti macroscopici (convezione) e la potenza termica scambiata per conduzione. Tanto più Nusselt è elevato, tanto più la convezione prevale sulla conduzione.

$$Nu = \frac{hD}{k} = \frac{h\Delta T}{\frac{k}{D}\Delta T}$$

- **NUMERO DI PRANDTL:** E' il rapporto tra la viscosità cinematica  $\nu$  (nù) e la diffusività termica del fluido  $\alpha$

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\rho c_p}{k} \frac{\mu}{\rho} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Pr vale 0,7 per i gas ideali; da 2 a 10 per l'acqua; da 0,005 a 0,03 per i metalli liquidi.

- **NUMERO DI RAYNOLD:** E' il rapporto tra la risultante delle forze di inerzia e la risultante delle forze viscosse. Stabilisce se si ha moto turbolento o moto laminare.

$$Re = \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{\rho w \frac{dw}{dx}}{\mu \frac{d^2 w}{dx^2}} = \frac{f_{inerzia}}{f_{viscosse}}$$

Si può dire che i tre numeri sono legati tra loro da questa relazione dove ( $A$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  sono delle costanti determinate attraverso l'interpolazione di risultati di prove sperimentali):

$$Nu = A \cdot Re^\alpha \cdot Pr^\beta$$

Esiste un altro numero che lega Re e Pr, che è Pe (numero di Peclet):

- **NUMERO DI PECLET:**

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{wD}{a}$$

⇒ CONVEZIONE NATURALE:

Anche nella convezione naturale  $h$  dipende da tutti i fattori visti prima per la convezione forzata, ad eccezione della velocità, ma da un termine simile che ha questa espressione ( $g\beta\Delta T$ ). Quindi si può dire che  $h$  per la convezione naturale è funzione di tutti questi parametri:

$$h_{natur} = h(\rho, \mu, c_p, k, g\beta\Delta T, D)$$

Anche in questo caso per risolvere il problema, si determinano tre gruppi dimensionali legati fra loro. Nusselt e Prandtl valgono anche per la convezione naturale; quello che cambia è Reynolds che è sostituito dal numero di Grashoff:

- NUMERO DI GRASHOFF: E' il rapporto tra il prodotto delle forze di galleggiamento ed il quadrato della risultante delle forze viscosive.

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T D^3}{\mu^2} = \frac{(\rho g \beta \Delta T) \left( \rho w \frac{dw}{dx} \right)}{\left( \mu \frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2} = \frac{f_{inerzia} \cdot f_{galleg}}{(f_{viscosive})^2}$$

Si può dire che i tre numeri sono legati tra loro da questa relazione dove ( $B$ ,  $\gamma$  e  $\delta$  sono delle costanti determinate attraverso l'interpolazione di risultati di prove sperimentali):

$$Nu = B \cdot Gr^\gamma \cdot Pr^\delta$$

Esiste un altro numero che lega Gr e Pr, che è Ra (numero di Rayleigh):

- NUMERO DI RAYLEIGH:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \beta \Delta T D^3}{\alpha \nu}$$

## L.2) Flusso all'interno di un tubo:

La velocità del fluido  $w$  varia da zero sulla parete a un massimo sull'asse del tubo. La temperatura  $T$  varia da un massimo sulla parete a un minimo sull'asse del tubo. La velocità media e la temperatura media si ricavano dal principio di conservazione di massa e dal principio di conservazione dell'energia:

$$\dot{m} = \rho w_m A_t = \rho w_m \left( \pi \frac{D^2}{4} \right) \quad e \quad \dot{E} = \dot{m} c_p T_m = \int_{\dot{m}} c_p T \delta \dot{m} = \int_{A_t} c_p T (\rho w dA_t)$$

Le condizioni termiche sulla superficie di un tubo possono essere approssimate tenendo costanti o  $T_s$  o  $\dot{q}$  (rigorosamente una delle due, mai contemporaneamente):

$$\Rightarrow \dot{q} = cst$$

$$\dot{q} = h(T_s - T_m)$$

$$\Rightarrow T_s = cst$$

$$\dot{Q} = hA\Delta T_{ln}$$

$$\Delta T_{ln} = \frac{T_u - T_i}{\ln \frac{T_s - T_u}{T_s - T_i}} = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \left( \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} \right)}$$

**L.3) Convezione forzata in un condotto:**

$$J = h(T_p - T_f) \quad \text{con} \quad T_f = \frac{\int_A \rho w c_p T dA}{\int_A \rho w c_p dA}$$

**L.4) Convezione forzata o naturale in un corpo immerso:**

$$J = h(T_p - T_f) \quad \text{con} \quad T_f = T_\infty \quad \text{TEMPERATURA ASINTOTICA}$$

Le proprietà termofisiche si possono valutare in condizioni differenti: alla **temperatura di parete** ( $T_p$ ); alla **temperatura di miscelamento adiabatico** ( $T_m$ ); alla **temperatura di film** ( $T_{film}$ ); alla **temperatura asintotica** ( $T_\infty$ ). In particolare si ha che:

$$T_{film} = \frac{T_p + T_\infty}{2}$$

## M) IRRAGGIAMENTO

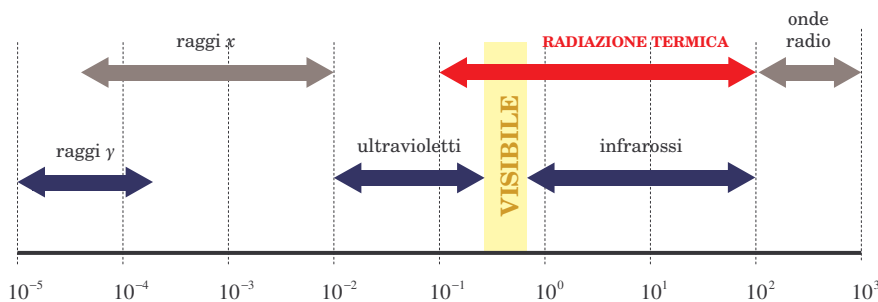
E' il trasferimento di energia che avviene attraverso onde elettromagnetiche (o fotoni) prodotte da variazioni nelle configurazioni elettroniche degli atomi e delle molecole. Le onde elettromagnetiche viaggiano alla velocità della luce e sono caratterizzate dalla **frequenza**  $\nu$  e dalla **lunghezza d'onda**  $\lambda$  [ $\mu\text{m}$ ], legate fra loro dalla **velocità della luce**  $c$ , secondo la relazione:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

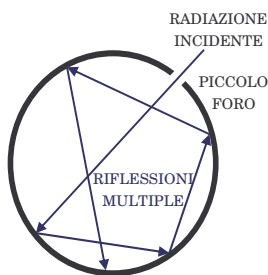
Tuttavia, l'aspetto dell'irraggiamento che ci interessa è il trasferimento di energia dovuto ad una differenza di temperatura. Il fenomeno dell'irraggiamento si presenta sotto due aspetti:

- **fenomeno volumetrico**: se riguarda tutto il volume del materiale, si manifesta, p.e., nei gas, nel vetro e nei mezzi trasparenti.
- **fenomeno superficiale**: se riguarda solo lo strato superficiale del materiale, si manifesta, p.e., nei solidi e nei mezzi non trasparenti.

Il campo di lunghezze d'onda che coinvolgono il trasferimento di calore per irraggiamento varia fra  $10^{-1}$  e  $10^2 \mu\text{m}$ . Il campo del visibile è un sotto-insieme della radiazione termica, infatti si estende per lunghezze d'onda fra 0,4 e 0,7  $\mu\text{m}$ . Inoltre è bene notare che la radiazione termica ha una distribuzione spettrale (cioè non è costante al variare di  $\lambda$ ) e una distribuzione direzionale (cioè non è uniforme nello spazio).



### M.1) Grandezze caratteristiche del corpo nero e degli altri corpi:



Un corpo nero è un perfetto emettitore di radiazione poiché emette la massima radiazione ad ogni temperatura e lunghezza d'onda e assorbe tutta la radiazione incidente in maniera indipendentemente da direzione e lunghezza d'onda. Un corpo che approssima il comportamento del nero è una grande cavità con una piccola apertura. Lo **potenza radiante totale** (detta potere emissivo) [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] è espressa dalle relazione di Boltzmann con  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} [\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4]$ :

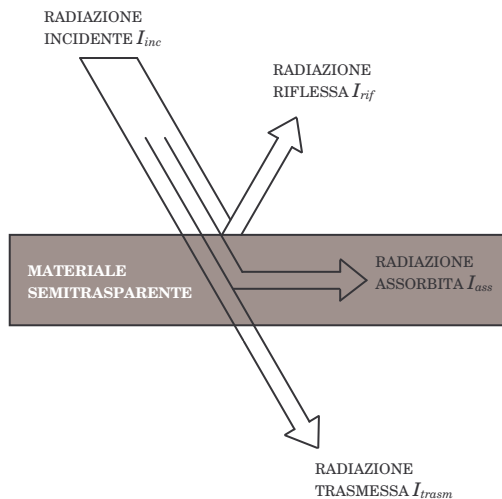
$$E_n = \sigma T^4$$

Il **potere emissivo monocromatico** o spettrale del corpo nero fornisce la potenza emessa, in funzione della temperatura e della lunghezza d'onda e si definisce come la potenza radiante emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta  $T$  per unità di area superficiale e per unità di lunghezza d'onda nell'intorno della lunghezza d'onda  $\lambda$ . Può essere calcolato con la legge della distribuzione di Planck dove  $C_1$  è  $3,742 [\text{W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2]$  e  $C_2$  è  $1,439 \cdot 10^4 [\mu\text{m} \cdot \text{K}]$ :

$$E_{n\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T} - 1\right)}}$$

Si definisce **emissività**  $\varepsilon$  di una superficie il rapporto tra la radiazione emessa dalla superficie stessa e la radiazione del corpo nero alla medesima temperatura. Per una superficie reale si ha che  $0 < \varepsilon < 1$  (per un corpo nero si ha  $\varepsilon = 1$ ), ma in particolare si nota che l'emissività dipende dalla temperatura della superficie, dalla lunghezza d'onda e la direzione della radiazione emessa. L'emissività in funzione della lunghezza d'onda può essere approssimata come una funzione a scalini nella quale l'emissività è costante a tratti.

## M.2) Coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione:



Quando una radiazione colpisce una superficie parte di essa è **assorbita**, una parte è **riflessa**, e la restante parte, se c'è, viene **trasmessa**, che vengono tenuti valutati rispettivamente mediante seguenti coefficienti  $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $\tau$ .

$$\alpha = \frac{I_{ass}}{I_{inc}} \quad \rho = \frac{I_{rif}}{I_{inc}} \quad \tau = \frac{I_{trasm}}{I_{inc}}$$

Da cui:

$$I_{ass} = \alpha I_{inc} \quad I_{rif} = \rho I_{inc} \quad I_{trasm} = \tau I_{inc}$$

Dove:

$$\alpha + \rho + \tau = 1, \quad \text{con } (\alpha, \rho, \tau) < 1$$

Si hanno alcuni casi particolari legati alle proprietà dei vari corpi:

- **corpo opaco**  $\tau = 0 \Rightarrow \alpha + \rho = 1$
- **corpo trasparente**  $\tau = 1 \Rightarrow \rho = \alpha = 0$
- **corpo speculare**  $\rho = 1 \Rightarrow \tau = \alpha = 0$

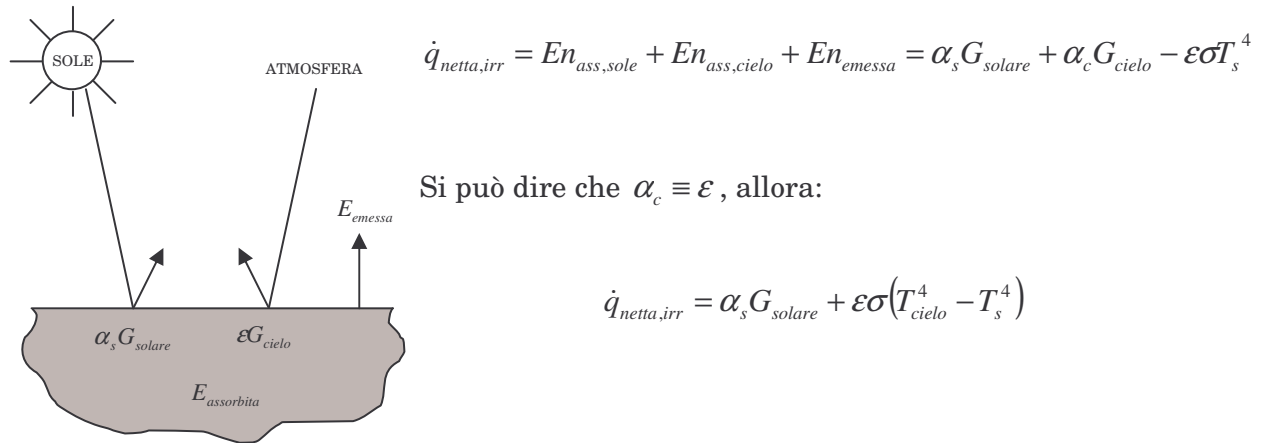
## M.3) La radiazione solare e atmosferica:

L'energia proveniente dal sole raggiunge il sole sotto forma di onde elettromagnetiche che vengono previamente filtrate dall'atmosfera terrestre. La **temperatura solare** è di circa 6000 K (posto che il sole sia considerato come un corpo nero). Viene poi individuata la **costante solare**  $I_s$ :

$$I_s = 1353 \text{ [W/m}^2\text{]}$$

e si definisce come la potenza della radiazione solare che incide su una superficie normale ai raggi solari all'esterno dell'atmosfera quando la terra è alla sua distanza media dal sole. La **lunghezza d'onda** della **radiazione solare** è compresa fra 0,3 e 2,5  $\mu\text{m}$ . Passando nell'atmosfera la **radiazione solare** si **attenua**, si **diffonde** e parzialmente si **riflette**. La radiazione solare può essere o diretta o diffusa, ma in entrambi i casi si ha che essa è in parte riflessa, in parte assorbita e in parte trasmessa.

Vediamo di scrivere un'equazione che coinvolga gli scambi per irraggiamento di una superficie esposta alla radiazione solare ed atmosferica, come si può vedere dalla situazione rappresentata qua sotto:



In tabella vi sono i coefficienti di assorbimento solare  $\alpha_s$  e l'emessività  $\epsilon$  a temperatura ambiente:

Materiale	Alluminio lucido	Alluminio anodizzato	Allumini in fogli	Rame lucido	Rame anodizzato	Acciaio inox lucido	Acciaio inox opaco	Calcestruzzo	Marmo bianco	Laterizio rosso	Asfalto	Vernice nera	Vernice bianca	Neve	Pelle umana
$\alpha_s$	0,09	0,14	0,15	0,18	0,65	0,37	0,50	0,60	0,46	0,63	0,90	0,97	0,14	0,28	0,62
$\epsilon$	0,03	0,84	0,05	0,03	0,75	0,60	0,21	0,88	0,95	0,93	0,90	0,97	0,93	0,97	0,97

#### M.4) Fattore di vista:

La trasmissione di calore per irraggiamento dipende anche dalla posizione relativa delle superfici, dalle loro proprietà radiative e dalle loro temperature. Per tenere conto dell'orientamento si definisce un nuovo parametro detto **fattore di vista** (o di forma, o di configurazione, o di angolo). Il fattore di vista tra una superficie  $i$  e una superficie  $j$  si indica con  $F_{i \rightarrow j}$  e si definisce come "frazione della radiazione emessa dalla superficie  $i$  che incide direttamente sulla superficie  $j$ ". Si hanno i seguenti casi limite:

- $F_{i \rightarrow j} = 0$  allora le due superfici non sono in vista tra loro.
- $F_{i \rightarrow j} = 1$  allora la superficie  $j$  circonda totalmente la superficie  $i$ , per cui tutta la radiazione emessa da  $i$  è intercettata da  $j$ .

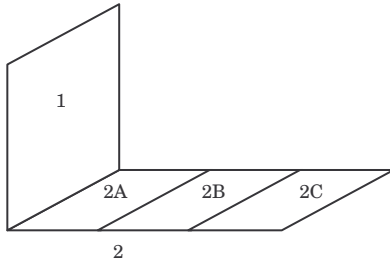
⇒ REGOLA DI RECIPROCIÀ:

I fattori di vista  $F_{i \rightarrow j}$  e  $F_{j \rightarrow i}$  sono uguali solo se le aree delle superfici cui si riferiscono sono uguali e viceversa:

$$F_{i \rightarrow j} = F_{j \rightarrow i} \quad \Leftrightarrow \quad A_i = A_j$$

$$F_{i \rightarrow j} \neq F_{j \rightarrow i} \quad \Leftrightarrow \quad A_i \neq A_j$$

⇒ REGOLA DELLA SOMMA:



La somma dei fattori di vista della superficie  $i$  di una cavità verso tutte le superfici della cavità è uguale a 1:

$$\sum_{j=1}^n F_{i \rightarrow j} = 1 \Rightarrow F_{2 \rightarrow 1} = F_{2A \rightarrow 1} + F_{2B \rightarrow 1} + F_{2C \rightarrow 1}$$

### M.5) Calcolo delle potenze termiche scambio fra superfici per irraggiamento:

Definiamo queste grandezze:

- $q_{1 \rightarrow 2}$  potenza termica per unità di superficie emessa dalla superficie 1 che incide sulla superficie 2.
- $q_{1-2}$  potenza termica per unità di superficie emessa dalla superficie 1 che viene assorbita dalla superficie 2.
- $q_{1,2}$  potenza termica netta per unità di superficie scambiata tra la superficie 1 e la superficie 2.

Inoltre valgono queste relazioni:

$$q_{1-2} = \alpha q_{1 \rightarrow 2}$$

$$q_{1,2} = q_{1-2} - q_{2 \rightarrow 1} = -q_{2,1}$$

⇒ SUPERFICI PIANE PARALLELE INDEFINITE ED ENTRAMBE NERE:

In queste condizioni si ha che tutto ciò che è emesso da una superficie viene assorbito dall'altra e viceversa. Quindi la potenza termica netta per unità di superficie scambiata tra la superficie 1 e la superficie 2 può essere così espressa:

$$q_{1,2} = \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4)$$

⇒ SUPERFICI NON AFFACCIADE ED ENTRAMBE NERE:

Per la regola di reciprocità si può stabilire una relazione fra i coefficienti di vista fra le superfici da cui si può dedurre l'espressione della potenza termica netta scambiata fra le due superfici:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \Rightarrow \dot{Q}_{1,2} = A_1 F_{12} \sigma_0 T_1^4 - A_2 F_{21} \sigma_0 T_2^4 \Rightarrow \dot{Q}_{1,2} = A_1 F_{12} \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4)$$

⇒ SUPERFICI PIANE PARALLELE INDEFINITE UNA NERA E UNA GRIGIA:

Consideriamo ora una superficie piana nera e un'altra parallela grigia di emessività  $\varepsilon_2$ , si ha che la potenza termica netta per unità di superficie scambiata tra la superficie 1 e la superficie 2 può essere così espressa:

$$q_{1,2} = \varepsilon_2 \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4)$$

⇒ SUPERFICI PIANE PARALLELE INDEFINITE ED ENTRAMBE GRIGIE:

Considerando due superfici parallele entrambe grigie esse hanno ciascuna un proprio coefficiente di emessività, rispettivamente  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ . Per cui la potenza termica netta per unità di superficie scambiata tra la superficie 1 e la superficie 2 può essere così espressa:

$$q_{1,2} = \frac{\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

### M.6) Bilancio termico:

E' necessario definire una nuova grandezza che è la **radiosità** per il corpo  $i$ :

$$J_i = E_i + \rho G_i$$

Dove  $E_i$  è la **radiazione emessa** e  $G_i$  è la **radiazione riflessa**.

⇒ SUPERFICIE GRIGIA ED OPACA:

Per una superficie vale la **legge di Kirchhoff** secondo la quale il coefficiente di emessività  $\varepsilon$  è pari al coefficiente di assorbimento  $\alpha$ ; inoltre si può dire anche che per una superficie opaca il coefficiente  $\tau$  è nullo, quindi  $\alpha + \rho = 0$ . Per cui la radiosità per una superficie grigia ed opaca è:

$$J_i = \varepsilon_i E_{in} + (1 - \varepsilon_i) G_i$$

Mentre la potenza termica netta è:

$$\dot{Q}_i = A_i (J_i - G_i)$$

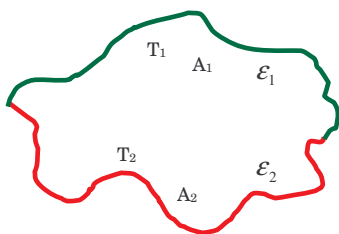
Dove  $A_i$  è l'area della superficie  $i$  e  $G_i$  è la radiazione incidente sulla superficie  $i$ . Rielaborando la formula si ha che:

$$\dot{Q}_i = \frac{E_{in} - J_i}{\frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}}$$

Dove il denominatore è detta **resistenza superficiale all'irraggiamento**:

$$R_{sup,irr} = \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}$$

⇒ SUPERFICI GRIGIE FORMANTI UNA CAVITÀ:



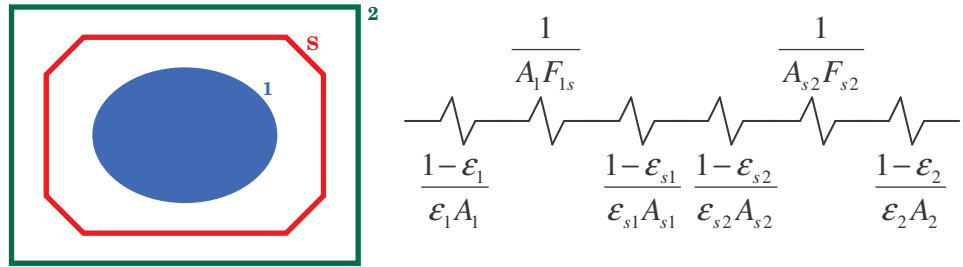
La potenza termica netta è:

$$\dot{Q}_{1,2} = \frac{\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)}{R_{sup,irr} + R_{spaz,irr} + R_{sup,irr}} = \frac{\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

Si nota che al denominatore si ha la "serie" di tre resistenze rispettivamente resistenza superficiale della superficie 1, resistenza spaziale fra la superficie 1 e la superficie 2 e infine la resistenza superficiale della superficie 2.



**Esempio:** Se consideriamo una situazione come quella riportata sotto, si ha che la potenza termica può essere espressa in funzione di tutte le resistenze spaziali e superficiali.



La potenza termica può essere quindi così espressa:

$$\dot{Q}_{1,2} = \frac{\sigma_0 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1s}} + \frac{1-\varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{s1} A_{s1}} + \frac{1-\varepsilon_{s2}}{\varepsilon_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{A_{s2} F_{s2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$