Es. 1	**Es. 2**	**Es. 3**	**Es. 4**	**Totale**	**Teoria**

Analisi Matematica II **Primo appello** **18 Luglio 2014 Compito A**	**Docente:**	**Politecnico di Milano** **Ingegneria Biomedica**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Punteggi degli esercizi: Es.1: 3; Es.2: 7; Es.3: 7; Es.4: 6.

Domande di teoria.

1. (**3 pt.**) Enunciare e dimostrare il criterio del rapporto per le serie numeriche

2. (**2+3 pt.**) Scrivere la formula dell'integrale generale di un' equazione lineare del primo ordine non omogenea (con dimostrazione)

3. (**2 pt.**) Dare la definizione di differenziabilita' in un punto per una funzione di due variabili e dire quale sia la relazione tra continuita', derivabilita' e differenziabilita'.

Istruzioni: ***Tutte le risposte devono essere motivate***. *Gli esercizi vanno svolti su questi fogli, nello spazio sotto il testo e, in caso di necessità, sul retro. I fogli di brutta non devono essere consegnati.*

1. Si trovi $a \in \mathbb{R}$ tale che $y(t) = te^{at}$ è soluzione di

$$t\ddot{y} - t\dot{y} - y = 0 \ .$$

2. Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\dot{y} = \frac{1}{\sqrt{x}} y + 1$$

e stabilire se esistono soluzioni tali che $\lim_{x \to +\infty} y(x) = -\infty$.

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 2π-periodica tale che

$$f(x) = \begin{cases} 2 & -\pi \leq x \leq 0 \\ 1 & 0 < x < \pi \end{cases}$$

(a) Si tracci un grafico qualitativo di f nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$.

(b) Si scriva il polinomio trigonometrico di ordine 2 che meglio approssima f nel senso della norma quadratica.

(c) Si stabilisca in quali punti la serie di Fourier converge puntualmente in $[-\pi, \pi]$ precisando a cosa converge.

4. Stabilire se le serie seguenti sono convergenti e/o assolutamente convergenti.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{n!3^n} \qquad ; \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^3 + n\log + \sqrt{n}}{2n^4 + ne^{-n} + n + 3}$$

5. Sia

$$f(x,y) = 2 - 3x^2 - 3y^2 + 3x^2y + y^3\,.$$

Dopo averne giustificato l'esistenza, si trovino poi i valori massimo e minimo assoluti di $f(x,y)$ nel quadrato Q di vertici $(-1,1)$, $(1,1)$, $(1,3)$ e $(-1,3)$.